Oberlin College Library,
JUL 23 1920

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 14. 15. Juli 1917. Redaktionsschluß für No. 15 am 20. Juli 1917. 18. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:
A. L. Bernoulli, Anmerkungen zur Resonanztheorie des Hörens. S. 317.
E. Budde, Zur Resonanztheorie des Hörens. S. 319.
G. Hoffmann, Isothermischer Raum mit Gasheizung. S. 321.
A. Korn, Mechanische Theorien des elektromagnetischen Feldes. S. 323.
R. Seeliger, Über das Sättigungspotential von Zylinderkondensatoren. S. 326.
Zusammenfassende Bearbeitungen:
R. Glocker, Die Meßmethoden der Röntgenstrahlen. (Schluß.) S. 330.
Besprechungen:
A. Schau, Statik mit Einschluß der Festigkeitslehre. S. 339.
C. Schmidt, Das periodische System der chemischen Elemente. S. 339.
Personalien. S. 340.
Angebote. S. 340.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Anmerkungen zur Resonanztheorie des Hörens.

Von A. L. Bernoulli.

Vor einer Reihe von Jahren hat der Verfasser in dieser Zeitschrift[1]) unter dem Titel „Neuere Einwände gegen die Helmholtzsche Theorie des Hörens" physikalische Anschauungen über den Mechanismus des Hörakte entwickelt, welche entsprechend dem Fortschritt der anatomischen und auch der physikalischen Forschung eine moderne Weiterentwicklung der grundlegenden, ewig jungen Ideen von Helmholtz darstellen sollten. Die Zahl der wie Pilze aus dem Boden sprießenden sogenannten „Hörtheorien", die meist mit Physik wenig zu tun haben, um eine weitere zu vermehren habe ich dagegen nicht den Ehrgeiz gehabt.

Trotzdem bot meine Arbeit verschiedenes Neue, vor allem eine physikalisch einwandfreie Möglichkeit den sogenannten „Wienschen Einwand" durch weiteren Ausbau der Helmholtzschen Theorie zu erklären. Max Wien[2]) hat bekanntlich als erster darauf hingewiesen, daß das hohe phonische Auflösungsvermögen des menschlichen Gehörorgans eine so geringe Dämpfung der schwingenden Resonatoren im Labyrinth voraussetzt, wie eine solche mit dem gleichfalls extrem hohen rhythmischen Auflösungsvermögen des musikalisch geschulten Ohres, welches auch die raschesten Läufe auf dem Klavier noch als „perlend" wahrnimmt, ganz unvereinbar ist. Dieser Einwand ist für die Helmholtzsche Theorie ernst genug und eine Modifikation der Theorie, welche dem Wienschen Postulat Genüge leistet, wird zum mindesten so lange für die Physiologie des Hörprozesses von Wert sein, bis etwas unbestritten Besseres da sein sollte, um ihren Platz einzunehmen.

Herr E. Budde[1]) ist darüber anderer Ansicht, denn am Schlusse seiner kürzlich in den Berichten der Deutschen Physikalischen Gesellschaft veröffentlichten Arbeit „Zur Resonanztheorie des Hörens" schreibt er über meine Arbeit folgendes: „In meiner ersten Abhandlung habe ich auch einen Vorschlag von A. L. Bernoulli erwähnt, nach welchem dem Wienschen Einwurf durch die Annahme ausgewichen werden soll, es seien im Resonanzapparat des Ohres Paare von gekoppelten Fasern vorhanden und es sei in jedem Paare die eine Faser erheblich stärker gedämpft als die andere. Es liegt hier keine Veranlassung vor auf diesen Gedanken näher einzugehen, erstens, weil der Wiensche Einwurf auch ohnedies erledigt werden kann und zweitens, weil sich im Ohr nichts nachweisen läßt, was als Analogon zu dem von Bernoulli ausgeführten Koppelungsbeispiel gelten könnte."

Man vergleiche mit diesen Angaben, die Herr E. Budde dem Leser über meine Arbeit macht das, was ich tatsächlich geschrieben habe. Die betreffenden Stellen in meiner Arbeit lauten[2]):

1. „Wenn es uns gelingt die Existenz derartiger gekoppelter Systeme, die aus einem ungedämpften und einem stark gedämpften Resonator bestehen, für das Gehörorgan des Menschen durch anatomische Befunde wahrscheinlich zu machen, so läßt sich die Helmholtzsche Theorie trotz der Einwände von M. Wien halten. Es liegt nahe, mit Helmholtz die Fasern der Basilarmembran als ein System von ungedämpften oder schwach gedämpften Reso-

1) Diese Zeitschr. 11, 649—654, 1910.
2) Festschrift für A. Wüllner. Leipzig 1905. S. 28.

1) Ber. d. Deutsch. Phys. Ges. 19, 22—40, 1917.
2) A. L. Bernoulli, l. c. S. 652.

natoren aufzufassen." Etwas weiter heißt es in meiner Arbeit ferner:

2. „Ich möchte deshalb annehmen, daß wir in dem Cortischen Organ, also in den elastischen Tragbögen der Gitterbrücke, das gesuchte zweite Resonatorensystem vor uns haben. Ferner möchte ich annehmen, daß je zwei homologe Resonatoren, also je eine Saite und ein Tragbogen desselben Querschnittes durch das Cortische Organ den gleichen Eigenton haben. Die Bogen sind als elastische Stäbe an und für sich viel stärker gedämpft als die dünnen flexiblen Saiten der Basilarmembran."

Trotzdem diese Zitate aus meiner Arbeit aus dem Zusammenhang herausgeholt sind, wird auch demjenigen, welcher zufällig weniger genau über die Anatomie des Labyrinthes orientiert sein sollte als Herr Budde[1]), ohne weiteres verständlich sein, daß ich in Anlehnung an die ältere Auffassung von Helmholtz in den Cortischen Bögen ein System von verhältnismäßig stark gedämpften Resonatoren sehe, welches mit jenem homologen, aber schwach gedämpften System der Basilarfasern gekoppelt ist. Ich habe dies in meiner früheren Arbeit wie folgt ausgedrückt:

3. Nach der hier vorgetragenen Hypothese denken wir uns die Dämpfung der Saite hinreichend klein, um das beobachtete phonische Auflösungsvermögen zu erklären. Ist n gleich p, so führt zunächst die Saite mit der Schwingungszahl p freie wenig gedämpfte Schwingungen aus. Infolge der Koppelung geht die Energie schon nach wenigen Schwingungen auf den Cortischen Bogen von gleicher Schwingungszahl über. Dieser letztere Resonator kommt infolge seiner starken Dämpfung sehr rasch zur Ruhe und dadurch auch die mit ihm gekoppelte Saite"[2]).

Ich denke, daß dieses letzte Zitat allein schon deutlich macht, daß das Referat des Herrn Budde, „es seien im Ohre Paare von gekoppelten Fasern vorhanden", den Inhalt meiner Arbeit nicht richtig darstellt. Ob „sich im Ohre nichts nachweisen läßt, was als Analogon zu dem von Bernoulli ausgeführten Koppelungsbeispiel gelten könnte", darf nach meinen oben zitierten Überlegungen am Ende dem Urteil der Leser überlassen bleiben. Dagegen wollen wir näher auf Herrn Buddes Behauptung[3]) eingehen, wonach durch ihn „der Wiensche Einwand auch ohnedies erledigt werden kann". Herr Budde nimmt dazu als wesentlich an, daß das „Wasser", welches dem zur Resonanz erregten Resonator unmittelbar anliegt, stärker mitschwingt als das Wasser der benachbarten Elemente; kurz gesagt, die Resonanz ergreift mit größter Wirkung nicht nur die auf sie abgestimmten Schwingungselemente, sondern auch das Wasser in ihrer Nachbarschaft". Er schließt dann weiter, daß mit der maximalen Resonanz des Resonators auch eine maximale Amplitude des Wassers örtlich zusammenfallen müsse. Das kann natürlich sehr wohl, braucht aber nicht der Fall zu sein; dagegen folgt nach Herrn Buddes Angabe daraus weiter, „daß die Grundlage des Einwurfs von Max Wien wenigstens für stationäre Töne hinfällig wird. Wien setzt nämlich in seiner Rechnung voraus, daß auf sämtliche Basilarfasern die gleiche periodische Kraft geübt wird. Das ist aber nach dem Vorstehenden nicht der Fall, vielmehr konzentriert sich der Energiestrom, der von der Scala vestibuli zur Scala tympani geht, auf die Region der maximalen Resonanz, und damit fällt die Grundlage der Wienschen Rechnung"[1]). Rechnen wir einmal die Sache, anstatt nur darüber zu reden, zumal Herr Budde in seiner Arbeit keinerlei Rechnungen mitteilt. Nach M. Wien[2]) ist die Schwingungsamplitude a der erzwungenen Schwingung, welche die Amplitude b der auf die Masseneinheit reduzierten erregenden periodischen Kraft an einem Resonator von der Schwingungszahl p und der Dämpfungskonstanten h hervorbringt, gegeben durch

$$a = \frac{b}{\sqrt{(n^2 - p^2)^2 + 4h^2n^2}}.$$

Dabei bedeute n die Schwingungszahl des einfallenden erregenden Tones, also die Periode der Kraft. Indem wir an Stelle von b vielmehr durch die Beziehung $b = \frac{y}{m}$ die Schwerpunktsmasse m und die wahre Amplitude y der im Schwerpunkt angreifend gedachten periodischen Kraft einführen, können wir auch schreiben

$$a = \frac{y}{m\sqrt{(n^2 - p^2)^2 + 4h^2n^2}}.$$

Da nun, wie Herr Budde annimmt, im Fall der Resonanz also für $n = p$, zugleich auch aus irgendeinem Grunde[3]) eine Wasser-

1) E. Budde, l. c. S. 24 u. ff.
2) A. L. Bernoulli, l. c. S. 652.
3) E. Budde, l. c. S. 39.

1) E. Budde, l. c. S. 31.
2) Max Wien, Festschrift für A. Wüllner. Leipzig 1905, S. 29.
3) E. Budde schreibt darüber l. c. S. 31: „Die Schwingungen des Labyrinthwassers müssen sich also so anordnen, daß sie sich auf die Resonanzstelle konzentrieren."

masse — wir wollen sie mit M bezeichnen — gerade nur mit diesem Resonator $n = p$ mitschwinge, soll der Wienschen Rechnung die Grundlage entzogen sein. Sehen wir zu, ob dem tatsächlich so ist.

In diesem Falle addiert sich einfach diese Masse M der Flüssigkeit zu derjenigen m des Resonators und die Amplitude a_m der maximalen Resonanz nimmt wegen $n = p$ die Form an

$$a_m = \frac{y}{2hp(m+M)}.$$

Für einen beliebig herausgegriffenen anderen Resonator mit tieferm Eigenton, also $p < n$, wird dagegen merklich nach M. Wien gelten

$$a = a_0 = \frac{y}{p^2 m}.$$

Das relative Amplitudenverhältnis $\frac{a_m}{a_0}$ nimmt somit, wenn wir mit Herrn Budde das Mitschwingen einer Wassermasse M für den Fall $n = p$ willkürlich voraussetzen, den Wert an:

$$\frac{a_m}{a_0} = \frac{p}{2h}\left(\frac{m}{m+M}\right).$$

Sinkt durch die Dämpfung die Intensität nach den Darlegungen von M. Wien[1]) auf $^1/_{10}$ ihres anfänglichen Wertes, so sinkt die Amplitude auf $1/\sqrt{10}$. Da nun

$$e^{-kt} = e^{-\frac{2\pi k}{p}\cdot 10} = \frac{1}{\sqrt{10}},$$

so wird $\frac{p}{2k} = 27{,}3$. Setzen wir diesen Wert in unsere vorige Gleichung für das Amplitudenverhältnis ein, so wird

$$\frac{a_m}{a_0} = 27{,}3 \cdot \left(\frac{m}{m+M}\right).$$

Für jeden beliebigen Wert den man dieser Wassermasse M etwa beilegt, folgt somit notwendigerweise, daß das Amplitudenverhältnis noch kleiner und damit das Auflösungsvermögen des Gehörorgans noch viel schlechter wird als für den Wienschen Fall, wo $M = 0$, denn stets wird der Wert des Klammerausdrucks kleiner als eins sein. Wäre M auch nur gleich groß wie m, so sinkt der Wert der Resonanzschärfe, der ja eben nach Wien sowieso schon viel zu klein ist, auf die Hälfte des von Wien errechneten Wertes. Ist dagegen beispielsweise $\frac{M}{m} = 30$, so sind wir gezwungen aus der Buddeschen Annahme zu schließen, daß für $n = p$ statt des von der Helmholtzschen Theorie geforderten Maximums der Resonanz vielmehr ein relatives Minimum derselben eintritt, indem dann paradoxerweise

$$\frac{a_m}{a_0} = \frac{27{,}3}{31} = 0{,}88,$$

also ein Wert der kleiner als die Einheit ist, resultiert.

Wir kommen so zu dem Ergebnis: Der Wiensche Einwand gegen die Helmholtzsche Theorie in ihrer Grundform bleibt somit, wie die hier mitgeteilten Daten zeigen, in vollem Umfang zu Recht bestehen, und es behält daher auch die vom Verfasser vor einigen Jahren gegebene Fortbildung der Helmholtzschen Theorie, welche dem Wienschen Einwand an Hand eines denkbar einfachen physikalischen „Modells" gerecht zu werden suchte, ihre volle Bedeutung bei.

Basel, 16. April 1917. Physikalisch-Chemisches Laboratorium der Universität.

(Eingegangen 10. Mai 1917.)

[1]) l. c. S. 30.

Zur Resonanztheorie des Hörens.

(Antwort auf die Anmerkungen des Herrn Bernoulli.)

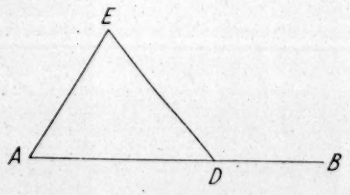
Von E. Budde.

Herr Bernoulli wirft mir vor, ich hätte den Inhalt seiner Arbeit vom Jahre 1910 unrichtig wiedergegeben. Nach seinen eigenen Worten nimmt er im Ohr „die Existenz gekoppelter Systeme an, die aus einem ungedämpften und einem stark gedämpften Resonator bestehen". Der ungedämpfte Resonator ist nach seiner Ansicht eine Saite der Basilarmembran, der gedämpfte das Joch des zugehörigen Cortischen Organs. Er nimmt also tatsächlich Paare von Resonatoren an, die je aus einer Saite und einem Cortischen Tragbogen bestehen. Wenn man nun bedenkt, daß ich in meinen Artikeln in den Verhandlungen der Physikalischen Gesellschaft ausdrücklich angegeben habe, das Wort „Faser" sei im Sinne eines Querelements der Basilarmembran, also eines elastischen, schwingungsfähigen Objektes zu verstehen, so muß ich sagen, ich würde noch heute glauben, den Kern der Bernoullischen Hypothese ganz richtig wiederzugeben, wenn ich sage: „Basilarfaser und Cortischer Pfeiler bilden nach Herrn Bernoulli zusammen ein Paar von gekoppelten Fasern". Mir scheint danach, daß meine erste Angabe nicht unrichtig, sondern nur kurz war.

Ich habe nun weiter behauptet, daß sich im Ohr nichts nachweisen läßt, was als Analogon zu dem von Herrn Bernoulli angeführten Kopplungsbeispiel gelten könnte.

Hierzu ist vorab zu bemerken, daß seine Annahme, elastische Stäbe seien an und für sich viel stärker gedämpft als flexible Saiten, wohl nicht bewiesen ist. Eine stählerne Stimmgabel schwingt ziemlich ebenso lange wie eine stählerne Saite von gleicher Höhe. Die Dämpfung des Stabes ist also von gleicher Ordnung mit derjenigen der Saite. Es kommt danach wesentlich auf das Material an: Selbstverständlich ist eine bleierne Stimmgabel viel stärker gedämpft als eine stählerne Saite, aber eine bleierne Saite ist auch stärker gedämpft als eine stählerne Stimmgabel. Im Ohr aber kennen wir als den Stoff, aus welchem Basilarmembran und Cortisches Organ gebaut sind, nur das „elastische Gewebe" der Anatomen. Über die näheren Eigenschaften der elastischen Fasern, aus welchen Basilarmembran und Cortische Pfeiler aufgebaut sind, wissen wir freilich nichts, aber die Annahme, daß ihre Dämpfungseigenschaften von ganz verschiedener Ordnung seien, ist kaum wahrscheinlich.

Nehmen wir nun aber an, die große Verschiedenheit der Dämpfung sei wirklich vorhanden. Dann ist zu bemerken, daß das mechanische Beispiel, von welchem Herr Bernoulli ausgeht (zwei an einer Schnur befestigte Pendel von gleicher Schwingungszahl), einen Fall von äußerst loser Kopplung darstellt. Demgegenüber — und darin liegt meiner Ansicht nach der Mangel an Analogie — ist die Kopplung, welche nach Annahme des Herrn Bernoulli im Ohr vorausgesetzt werden muß, ungefähr die festeste, die man sich vorstellen kann. Stellt in der nebenstehenden Figur AE den inneren,



ED den äußeren Cortischen Pfeiler, ADB die zugehörige Faser (bzw. System von vier Fasern) der Basilarmembran dar, so ist nach Helmholtz und Hensen ED unelastisch, AE aber jederzeit elastisch gespannt und hat das Bestreben, den Punkt E nach links zu drehen. Die eigentlich elastischen Schwingungsorgane sind also AE und ADB, und dabei sind die Punkte E und D durch eine unelastische, aber offenbar sehr nahe undehnbare Schnur ED verbunden. Das ist so ziemlich die engste Kopplung, die man sich vorstellen kann, und diese liefert ganz andere Schwingungserscheinungen als die beiden gekoppelten Pendel, die an einer Schnur hängen. Stellt man sich einen kleinen analogen Apparat her, in welchem ADB durch ein elastisches Band, AE durch einen elastischen Stab und ED durch einen gewöhnlichen Bindfaden ersetzt ist, so kann man sich leicht überzeugen, daß bei diesem System von einer Parallelerscheinung zu den gekoppelten Pendeln keine Rede ist. Es tritt nicht etwa das ein, daß ADB erst für sich allein schwingt, daß dann die Schwingung auf AE übergeht, hierauf von AE wieder nach ADB zurückgeht usw., vielmehr schwingt das ganze System mit einer gemeinschaftlichen Dämpfungskonstante. Die Annahme ist nicht unwahrscheinlich, die elastische Spannung des inneren Pfeilers AE reiche aus, um während der Bewegung die Schnur ED dauernd gespannt zu erhalten, die Kopplungsbedingungen lassen sich dann ausdrücken durch die einfache Annahme, daß die Verbindungslinie ED konstante Länge hat. Ist dies der Fall, so kann man die Zwangskräfte, welche aus der Kopplung hervorgehen, in gewöhnlicher Weise einführen und kann dann durch eine einfache Rechnung dartun, daß AE und ADB in der Tat isochron und in gleicher Phase schwingen, daß also das ganze System sich verhält wie eine einfache schwingende Saite von mittlerer Dämpfung. Der von mir hervorgehobene Mangel der Analogie liegt also darin, daß das gekoppelte System Basilarfaser plus Cortischer Pfeiler ganz andere Schwingungsverhältnisse ergibt als das Bernoullische Beispiel der beiden lose gekoppelten Pendel. Noch ist darauf hinzuweisen, daß auch die lockerste Kopplung, wenn sie sich in dem Ohrorgan nachweisen ließe, gar keinen Zweck haben würde; denn wenn auch das System $AEDB$ der Figur wirklich so schwänge, wie es Herr Bernoulli voraussetzt, so könnte dadurch doch niemals eine isolierte (oder nahezu isolierte) Schwingung des fraglichen Systems entstehen, weil die Kopfreifen der Hörzellen mit ihren Nachbarn zu beiden Seiten fest verkittet oder verwachsen sind, weil also die einzelne Basilarfaser mit ihren Cortischen Anhängen und sämtlichem Zubehör sich niemals bewegen kann, ohne eine ganze Reihe ihrer Nachbarn rechts und links mitzunehmen.

Außerdem habe ich gegen die Deduktion des Herrn Bernoulli noch weitere Bedenken,

von denen ich nur die beiden wichtigsten hier erwähne:

Erstens: Nimmt man an, daß die beiden Elemente AE und ADB der Figur, wie oben gesagt, eine gemeinschaftliche Schwingung ausführen, so bilden sie zusammen ein Schwingungssystem mit einer mittleren Dämpfungskonstante b_m und einer mittleren Elastizitätskonstante q_m^2. Dann verhält sich das ganze System schwingungstheoretisch wie ein einfacher Punkt, dessen freie Schwingung der Differentialgleichung

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2b_m\frac{dx}{dt} + q_m^2 x = 0$$

folgt. Dann ist aber b_m die Dämpfungskonstante, welche durch die bekannten Äußerungen von M. Wien u. A. betroffen wurde; der Wiensche Einwurf bezieht sich eben auf diese Dämpfungskonstante und bleibt demgemäß in voller Kraft bestehen. Nimmt man aber eine andere, losere Art der Koppelung an, so hat man für AE und ADB zwei simultane Differentialgleichungen mit verschiedenen Dämpfungskonstanten, und dann ist es durchaus nicht erlaubt, die Helmholtzsche Gleichung

$$a = \frac{b}{\sqrt{(n^2 - p^2) + 4n^2h^2}}$$ [1])

auf die Amplitude des schwingenden Systems anzuwenden. Vielmehr liegt dann auf der Hand, daß in dieser Schwingungsgleichung zwei verschiedene Dämpfungskonstanten vorkommen müssen. Es sind dann Gleichungen von der Art derjenigen anzuwenden, die M. Wien in Wied. Ann. **61**, 151, 1897 behandelt hat. Diese Abhandlung zeigt, daß die halbfesten Kopplungen zu recht verwickelten Schwingungsverhältnissen Veranlassung geben, und daß die einfache Helmholtzsche Amplitudenformel keine Anwendung finden kann.

Zweitens: Herr Bernoulli sagt in seiner Abhandlung [2]):

„Führt dagegen die Saite Schwingungen von großer Amplitude und fremder Frequenz aus, so kann die Energie nicht auf den Cortischen Bogen übertragen werden, da die Kopplung jene nur dann zum Mitschwingen bringt, wenn die Saite mit der Frequenz ihres gemeinsamen Eigentones erregt wird."

Ob das für das Beispiel der beiden gekoppelten Pendel richtig wäre, mag hier unerörtert bleiben. Für eine Kopplung aber, wie sie zwischen Basilarfaser und Cortischem Pfeiler gegeben ist, trifft es augenscheinlich nicht zu; denn die Basilarfaser kann gar nicht schwingen, ohne den Cortischen Pfeiler mitzunehmen.

Herr Bernoulli polemisiert ferner gegen meine Behauptung, daß der Wiensche Einwurf auch ohne Rücksicht auf seine Theorie zu erledigen sei. Diese meine Behauptung stützt sich nicht bloß auf das, was ich in meiner Arbeit von 1917 gesagt habe, sondern wesentlich mit auf die Entwicklungen, die ich in den Verhandlungen der Physikalischen Gesellschaft **18**, 369, 1916 gegeben habe. Indessen, wenn das auch nicht der Fall wäre, wenn es sich bloß um die Erwägungen handelte, die Seite 30 bis 33 meiner Abhandlung von 1917 gegeben sind, so habe ich doch Bedenken gegen die Art des Herrn Bernoulli, mich zu widerlegen. Er betrachtet die bereits oben erwähnte Amplitudenformel immer noch als gültig und nimmt die Masse des mitbewegten Wassers einfach als tote Last in den Nenner der Amplitude. Wenn man aber von meinen Betrachtungen ausgeht, so läßt sich die Schwingung, welche im Ohr durch einen stationären Ton hervorgerufen wird, nicht mehr durch eine gewöhnliche Differentialgleichung darstellen; an deren Stelle tritt vielmehr eine recht verwickelte partielle Differentialgleichung. Ich bin mir ganz wohl bewußt, daß die Theorie keineswegs vollständig ist; auf das Bedürfnis, eine entsprechende neue Theorie zu entwickeln, habe ich ja selbst S. 38 meiner zweiten Abhandlung aufmerksam gemacht. Das aber läßt sich ohne weiteres sagen: Wenn an derjenigen Stelle, wo die Basilarmembran eine maximale Schwingungsamplitude hat, auch das anliegende Wasser (Endo- und Perilymphe) in maximaler Schwingungsbewegung ist, so wirkt nicht auf alle Teile der Basilarmembran die gleiche periodische Kraft, und damit ist dem Wienschen Einwurf eine wesentliche Grundlage entzogen. Alles Nähere kann erst eine künftige genaue Ausarbeitung der Theorie lehren.

(Eingegangen 1. Juni 1917.)

1) Diese Zeitschr. **11**, S. 652 der Abhandlung des Herrn Bernoulli.

2) Diese Zeitschr. **11**, erste Spalte auf S. 653.

Isothermischer Raum mit Gasheizung.

Von G. Hoffmann.

Der als isothermisch gebaute Raum im Nordflügel des Physikalischen Instituts Königsberg, im Kellergeschoß gelegen, das etwa 1 m in die Erde eingesenkt ist, sollte für die möglichst störungsfreie Aufstellung einer elektrometrischen Anordnung hergerichtet werden. Erfahrungsgemäß war der durch allseitig sehr starkes mit Isolierschichten versehenes Mauer-

werk begrenzte Raum in der warmen Jahreszeit infolge Kondensation meist sehr feucht, im Winter zwar trocken, aber wegen seiner niedrigen Temperatur im ganzen Jahr ein unbehaglicher und ungesunder Aufenthalt. Durch die mit automatischer Regulierung versehene Gasheizung sind die Mißstände beseitigt worden; die Temperatur läßt sich auf einen beliebigen Grad einstellen und die durch die Regulierung bedingte Schwankung der Temperatur wird in den allermeisten Fällen ohne Bedeutung sein wegen ihrer geringen Amplitude (ca. $\pm 0{,}04^0$) und kurzen Periode (ca. 12 Minuten); der zeitliche Temperaturverlauf ist aus der mit einem Metallthermometer in der Nähe des Meßinstruments aufgenommenen photographischen Registrierung ersichtlich (Fig. 1).

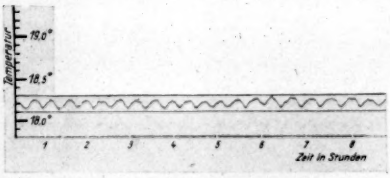


Fig. 1.

Da die verwandten Mittel einfach herzustellen sind und der Erfolg sehr befriedigend ist, sei ein kurzer Bericht gestattet. Der benutzte Ofen ist nach dem Radiatorensystem mit vertikalen Heizrippen und für einen Gasverbrauch von etwa 1 cbm in der Stunde gebaut. Der elektrisch betätigte Gashahn ist in Fig. 2 im Durchschnitt gezeichnet. Die beiden Gasrohre A und B sind in die Messingdose C eingesetzt und dienen als Magnetkerne für die übergesetzten Spulen. Sie sind oben verbunden durch das zwischengeklemmte Eisenstück E und ziehen, wenn vom Strom magnetisiert, die Eisenplatte D an. Diese oben glatt geschliffene rechteckige Platte legt sich dann gegen die gedrehte Fläche der Messingdose und bewirkt einen gasdichten Abschluß. Bei B ist die Zuleitung zum Ofen angeschlossen, außerdem bei F die Zündflamme des Ofens. Damit diese Zündflamme beim Anziehen des Ankers D nicht ganz erlischt, ist in D auf der Seite des Rohres A eine kleine Furche eingefeilt, die eine geringe Gasmenge aus A ständig austreten läßt. Beim Abfallen des Ankers vergrößert sich sofort die Zündflamme und das nun über B strömende Gas wird mit Sicherheit gezündet.

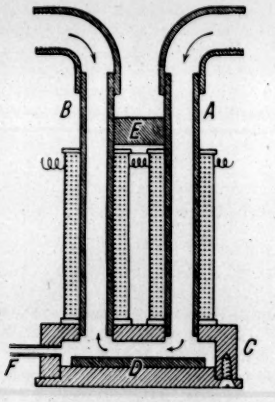


Fig. 2.

Die elektrische Schaltung ist Ruhestromschaltung nach Fig. 3. Von der 110-Volt-Leitung der städtischen Zentrale fließt ein durch zwei hintereinander geschaltete niedrigkerzige 220-Volt-Kohlefadenlampen auf etwa 30 Milliampere reduzierter Strom. Die aus dünnem Eisen und Zinkblech zusammengelötete Metallspirale S besitzt an einem längeren Arm einen Platinkontakt K. Sinkt die Temperatur unter die eingestellte Grenze, so schließt der Kontakt, macht die dünndrähtigen Spulen stromlos und der Ofen wird gezündet. Die angewandte Schaltungsart bewirkt ein völlig funkenfreies Arbeiten des Kontaktes.

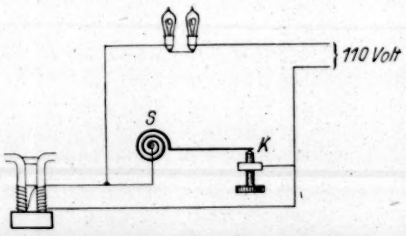


Fig. 3.

Da in der kälteren Jahresperiode eine reine Gasheizung kostspielig ist, ist im Raum außerdem noch ein Heizkörper der Zentral-Warmwasser-Heizung des Instituts angebracht, dessen mittlere Wärmeabgabe so eingestellt ist, daß die Gasheizung nur noch einen Restbetrag nach Bedarf zu liefern hat.

(Eingegangen 22. Juni 1917.)

Mechanische Theorien des elektromagnetischen Feldes.

Von A. Korn.

I.

Das mechanische Grundprinzip.

(Das Prinzip der Individualität als Korrektur des Prinzips von d'Alembert.)

Eine der wesentlichsten Grundlagen meiner mechanischen Vorstellungen über die elektrischen und magnetischen Erscheinungen, auf der sich auch für jeden, der aus irgendwelchen Gründen eine vorgefaßte Meinung gegen mechanische Erklärungen hat, ein sehr anschauliches und nützliches Bild der Erscheinungen aufbauen läßt, ist die Voraussetzung, daß in einem elektromagnetischen Felde mechanische Geschwindigkeiten von der Form:

$$\left.\begin{aligned} u(x,y,z,t) &= u_0(x,y,z,t) + \hat{u}(x,y,z,t);\ \hat{u} = u_1(x,y,z,t)\cos\frac{t}{T}2\pi + u_2(x,y,z,t)\sin\frac{t}{T}2\pi,\\ v(x,y,z,t) &= v_0(x,y,z,t) + \hat{v}(x,y,z,t);\ \hat{v} = v_1(x,y,z,t)\cos\frac{t}{T}2\pi + v_2(x,y,z,t)\sin\frac{t}{T}2\pi,\\ w(x,y,z,t) &= w_0(x,y,z,t) + \hat{w}(x,y,z,t);\ \hat{w} = w_1(x,y,z,t)\cos\frac{t}{T}2\pi + w_2(x,y,z,t)\sin\frac{t}{T}2\pi, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

in einer Materie vorhanden sind, welcher für jedes Raumelement $d\tau$ eine gewisse, gegen die Dichten der gewöhnlichen Materien sehr kleine Dichte $\mu(x, y, z, t)$ zuzuordnen ist. T ist dabei eine außerordentlich kleine Zeitdauer, welche auch gegen alle bekannten Schwingungsdauern, z. B. von Lichtschwingungen u. dgl., außerordentlich klein ist. Die Ableitungen der Funktionen

$$\mu;\ u_0, v_0, w_0;\ u_1, v_1, w_1;\ u_2, v_2, w_2$$

nach der Zeit sollen dabei nicht von der Ordnung $\frac{1}{T}$ groß werden[1]).

Eine solche Materie kleiner Dichte soll neben der Materie gewöhnlicher Dichteordnung vorausgesetzt werden.

Das mechanische Grundprinzip, welches sich bisher für alle der klassischen Mechanik angehörigen Bewegungen bewährt hat, ist das Prinzip von d'Alembert:

$$\int \mu\left\{\frac{du}{dt}\delta x + \frac{dv}{dt}\delta y + \frac{dw}{dt}\delta z\right\} d\tau = 0 \quad (2)$$

für alle dem materiellen System möglichen Verrückungen $\delta x, \delta y, \delta z$. Das Integral ist dabei über das ganze materielle System zu erstrecken. Es wird hierbei daran gedacht, daß dem System gewisse Beschränkungen auferlegt sind, daß also die Verrückungen $\delta x, \delta y, \delta z$ gewissen Bedingungsgleichungen zu genügen haben, die entweder endliche Gleichungen oder Differentialgleichungen sein mögen.

Einfache Beispiele solcher Beschränkungen sind die Bedingungen der Starrheit, der Inkompressibilität, die Bedingung der Gleichheit der normalen Verrückungen an der Grenze von starren Körpern und Flüssigkeiten, und es gelingt so, mit Hilfe des d'Alembertschen Prinzips allein, die Ableitung der ganzen klassischen Mechanik der starren Körper, der idealen Flüssigkeiten, sowie der aus starren Körpern und idealen Flüssigkeiten gemischten Systeme.

Es ist ein Bestreben der neueren Mechanik, ohne die „Kräfte" X, Y, Z auszukommen, welche in der üblichen Form

$$\int \mu\left\{\frac{du}{dt}\delta x + \frac{dv}{dt}\delta y + \frac{dw}{dt}\delta z\right\} d\tau = \int (X\delta x + Y\delta y + Z\delta z)\, d\tau$$

des d'Alembertschen Prinzips vorkommen; das Postulat einer solchen „kräftelosen" Mechanik ist besonders eindringlich in der Hertzschen Mechanik zum Ausdruck gekommen; ich darf an dieser Stelle daran erinnern, daß diese Idee bereits vor dem Erscheinen der Hertzschen Mechanik in der ersten Auflage meiner „Theorie der Gravitation und der elektrischen Erscheinungen auf Grundlage der Hydrodynamik" allgemein ausgesprochen wurde[1]). Die z. B. scheinbar auf einen starren Körper in einer Flüssigkeit wirkenden Kräfte, in dem Falle, in welchem die Flüssigkeit unseren Sinneswahrnehmungen selbst nicht zugänglich ist, sind nur als die Folge der „verborgenen" Flüssigkeitsbewegungen aufzufassen.

Es tut hier nichts zur Sache, in welche mathematische Form man im übrigen das d'Alembertsche Prinzip kleidet; beiläufig sei bemerkt, daß sich bereits in der klassischen Mechanik nur solche Modifikationen des Grundprinzips bewährt haben, welche wirklich mathematisch streng aus dem d'Alembertschen

1) Es ist von Anfang an für eine Übersicht der Theorie nützlich, zu bemerken, daß u_1, v_1, w_1, abgesehen von einer multiplikativen Konstanten, den Maxwell-Hertzschen X, Y, Z in einer gewissen Annäherung entsprechen werden, ebenso u_2, v_2, w_2, den Maxwell-Hertzschen L, M, N; u_0, v_0, w_0 werden wir gelegentlich als sichtbare Geschwindigkeitskomponenten bezeichnen, obwohl die Bezeichnung nicht in jedem Falle wörtlich zutreffend ist.

1) 1. Aufl. 1892/94; 2. Aufl. 1896/98. Ferd. Dümmlers Verlag, Berlin.

Prinzip abgeleitet werden können; das sogenannte Prinzip von Hamilton muß bereits mit gewissen Vorsichtsmaßregeln angewandt werden; die kühnen Verallgemeinerungen dieses Prinzips, denen man in neuerer Zeit, im besonderen in der statistischen Mechanik, begegnet, sind daher auch stets mit einer gewissen Vorsicht zu gebrauchen.

Wenn man die klassische Mechanik erweitern will, so kann dies in zwei Richtungen geschehen:

1. Man kann sich neue Beschränkungen ausdenken, welche einem materiellen System auferlegt werden können. Eine Ermunterung auf diesem Wege liegt in der Überlegung, daß die in der klassischen Mechanik auftretenden Voraussetzungen eines idealen, starren Körpers und einer idealen, inkompressiblen Flüssigkeit nur erste Annäherungen an reale Dinge sein können und man danach streben muß, zweite und höhere Annäherungen zu erreichen.

2. Man kann das d'Alembertsche Prinzip selbst nur als ein angenähertes Gesetz ansehen, das ohne eine Korrektur nicht ausreicht, wenn mit sehr großen Geschwindigkeiten oder sehr raschen Schwingungen (Schwingungen mit sehr kleiner Schwingungsdauer) zu rechnen ist.

Als strenge mechanische Theorien werden nur solche anerkannt werden, bei denen zunächst die neuen Beschränkungen und die neuen Korrekturen in strenger, unzweideutiger Weise formuliert werden, welche die klassische Mechanik zur ersten Annäherung haben, und deren Folgerungen keinerlei Widersprüche gegen bekannte Erfahrungstatsachen aufweisen.

Ebenso wie die erste Annäherung, die klassische Mechanik, nur auf dem Wege der Induktion gewonnen werden konnte, so können auch etwaige Erweiterungen nur auf dem Wege der Induktion als nützlich und verwendungsfähig erkannt werden. Gewichtige Gründe müssen für solche Neuerungen vorliegen. Solche Gründe treten besonders zwingend hervor, wenn man versucht, mechanische Theorien für die scheinbaren Kraftzentren aufzustellen, welche aufeinander umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung einwirken, wie dies z. B. für gravitierende Teilchen nach dem Newtonschen Gesetze und für elektrische Teilchen nach dem Coulombschen Gesetze der Fall ist. Eine mechanische Erklärung solcher scheinbarer Kraftwirkungen scheint auf keinem anderen Wege möglich zu sein, als im Anschlusse an die zum ersten Male von C. A. Bjerknes über die Wechselwirkung pulsierender Kugeln in einer Flüssigkeit angestellten Untersuchungen. Zwei pulsierende, d. h. periodisch ihr Volumen wechselnde Kugeln wirken in einer inkompressibeln Flüssigkeit aufeinander mit scheinbaren Kräften ein, welche dem Quadrat ihrer Zentraldistanz in erster Annäherung umgekehrt proportional sind; die Kräfte sind anziehend, wenn die Phasen der Pulsationen gleich sind, d. h. wenn die Maxima des einen Kugelvolumens zu gleicher Zeit eintreten, wie die Maxima des anderen Kugelvolumens, und analog die Volumenminima; die Kräfte sind abstoßend, wenn die Phasen entgegengesetzt sind, d. h. wenn das Maximum des einen Kugelvolumens eintritt, sobald das andere sein Minimum hat, und umgekehrt. Diese Erkenntnis ließ sich zu einer Theorie der Gravitation verwenden (meine hierauf bezügliche Theorie der „Universellen Schwingungen" wird in einer späteren Abhandlung dieser Serie auseinandergesetzt werden), aber für die Annahme, daß auch die elektrischen Teilchen, ebenso wie die gravitierenden Teilchen, als kleine pulsierende Kugeln betrachtet werden können, ergab sich eine erhebliche Vorzeichenschwierigkeit. Das Elektron als pulsierendes Teilchen muß andere Eigenschaften haben, als das gravitierende Teilchen. Wie hat man sich diesen spezifischen Unterschied zu denken?

Die wesentliche Forderung ist zunächst nur die Umkehrung des Vorzeichens der Kräfte der Wechselwirkung; wenn wir nun aber auf dem Wege (1) oder (2) vorwärts kommen wollen, ist die größte Vorsicht geboten; man darf sich nicht lediglich mit Rücksicht auf den besonderen Zweck zu ganz neuen Voraussetzungen über die mechanischen Eigenschaften des Elektrons verleiten lassen, die für andere Verwendungen zu neuen erheblichen Schwierigkeiten führen könnten. Es wird ferner wünschenswert sein, daß die neuen Annahmen noch in anderer Weise gestützt werden; als durch die Erreichung des zunächst angedeuteten Zieles, damit die Induktion eine bessere und der Vorwurf der Willkürlichkeit entkräftet wird.

In meinen hierauf gerichteten Bestrebungen hat sich von weittragendster Bedeutung die Entdeckung herausgestellt, daß die Umkehrung des Vorzeichens der Wechselwirkungskräfte zweier pulsierender Teilchen dadurch erreicht werden kann, daß den Teilchen die Konstanz der Pulsationsamplituden als strenge Bedingung vorgeschrieben wird. Wird diese Bedingung nicht vorgeschrieben, wie es bei den Bjerknesschen Untersuchungen der Fall ist, — und gleichfalls in meiner Theorie der Gravitation und der universellen Schwingungen —, so verändert sich die Pulsationsamplitude bei einer Annäherung oder Entfernung der Kugeln von selbst; die Veränderungen sind zwar von der Ordnung Kugelradien/Zentraldistanz klein, sie genügen aber, um das Wechselwirkungsresultat

in das inverse zu verwandeln. Wird dagegen von vornherein die strenge Bedingung vorgeschrieben, daß die Pulsationsamplituden bei irgendeiner Annäherung oder Entfernung der Kugeln unverändert bleiben sollen, so ergibt sich für die Wechselwirkungskräfte das umgekehrte Vorzeichen, wie in dem Bjerknesschen Falle. Für die mechanische Theorie der elektrischen Erscheinungen bedeutet die neue Annahme der Konstanz der Pulsationsamplituden nichts anderes, als die Annahme, daß für jedes Elektron, welches als pulsierendes Teilchen anzusehen ist, das, was man gewöhnlich als die elektrische Masse des Elektrons bezeichnet, konstant ist. In der gewöhnlichen Elektronentheorie, die sich nicht um mechanische Erklärungen kümmert, macht man von einer solchen stillschweigenden Annahme nicht viel Aufhebens, wenn wir aber zu mechanischen Erklärungen übergehen, stellt sich eine solche Annahme als der Beginn von Überlegungen weittragendster Art heraus.

Daß es materielle Gebilde gibt, welche ihre ihnen einmal inhärente Schwingungsenergie, z. B. in der Form von Pulsationsenergie, nicht abgeben und auch keine solche Schwingungsenergie aufnehmen, in einer ersten Annäherung, ähnlich, wie wir in der Hydrodynamik in erster Annäherung die Inkompressibilität der Flüssigkeiten voraussetzen, das ist zweifellos eine ganz neuartige, der bisherigen Mechanik fremde Voraussetzung, sie wird aber induktiv vorzüglich dadurch gestützt, daß sich die Voraussetzung der Konstanz der früher sogenannten Elektronenmasse bewährt hat. Es wird sich nur darum handeln, die betreffende Voraussetzung exakt zu formulieren, und zwar sogleich möglichst allgemein. Es hat sich herausgestellt, daß auch alle anderen Schwierigkeiten, welche sich bisher der mechanischen Auffassung der elektromagnetischen Erscheinungen entgegengestellt haben, mit einem Schlage in ähnlicher Weise heben lassen, indem man den Elektronen die Fähigkeit, sich gegen die Änderungen ihrer Schwingungsenergien zu verteidigen, zuschreibt, wie man in der klassischen Hydrodynamik der Flüssigkeit die Fähigkeit zuschreibt, sich gegen die Änderung ihrer Dichte zu verteidigen.

Ich will nun dieses Prinzip tatsächlich in einer sehr allgemeinen Weise formulieren; es ist diese Formulierung hier in der Richtung (2) — Korrektur des d'Alembertschen Prinzips, welche für die in der klassischen Mechanik betrachteten Bewegungen unmerklich ist — geschehen, und die weitere Darlegung der Theorien wird zeigen, wie tatsächlich durch diese Korrektur, in überraschender Weise, alle Schwierigkeiten schwinden, welche sich der mechanischen Deutung des elektromagnetischen Feldes bisher entgegengestellt haben.

Sei $d\tau$ ein Raumelement der Materie, welches den Elektronen zugehört, bzw. irgendein Elektron, wenn wir das Element $d\tau$ zunächst nicht als unendlich klein annehmen und erst dann zu unendlich kleinen Größen übergehen, wenn wir eine erste Annäherung erzielen wollen. (x, y, z) sei irgendein Punkt in dem Raumelement $d\tau$, Ω die Oberfläche desselben, $d\omega$ an der Stelle $(\xi\eta\zeta)$ irgendein Element der Oberfläche Ω mit der inneren Normalen ν, dann wollen wir an Stelle der Gleichung (2) die folgende zugrunde legen:

$$\left.\begin{aligned}
&\sum\Big[\delta x\Big\{\mu(x,y,z,t)\frac{du(x,y,z,t)}{dt}\,\overline{d\tau}+2\int_{\Omega}\mu(\xi,\eta,\zeta,t)\,\{u(\xi,\eta,\zeta,t)-u_0(x,y,z,t)\}\,\hat{u}_\nu\,d\omega\Big\}\\
&+\delta y\Big\{\mu(x,y,z,t)\frac{dv(x,y,z,t)}{dt}\,\overline{d\tau}+2\int_{\Omega}\mu(\xi,\eta,\zeta,t)\,\{v(\xi,\eta,\zeta,t)-v_0(x,y,z,t)\}\,\hat{u}_\nu\,d\omega\Big\}\\
&+\delta z\Big\{\mu(x,y,z,t)\frac{dw(x,y,z,t)}{dt}\,\overline{d\tau}+2\int_{\Omega}\mu(\xi,\eta,\zeta,t)\,\{w(\xi,\eta,\zeta,t)-w_0(x,y,z,t)\}\,\hat{u}_\nu\,d\omega\Big\}\Big]=0,
\end{aligned}\right\}\qquad(3)$$

wobei

$$\hat{u}_\nu=\hat{u}(\xi,\eta,\zeta,t)\cos(\nu x)+\hat{v}(\xi,\eta,\zeta,t)\cos(\nu y)+\hat{w}(\xi,\eta,\zeta,t)\cos(\nu z)\qquad(4)$$

gesetzt ist.

Für Elemente $\overline{d\tau}$ der gewöhnlichen Materie ist das Oberflächenintegral fortzulassen.

Damit ist, auch wenn man keinerlei weitere Bemerkungen daran knüpfen will, welche auf eine Veranschaulichung des Prinzips hinzielen, zweifellos ein mathematisches Grundgesetz gegeben, das für die gewöhnliche Mechanik, wenn

$$\hat{u}=\hat{v}=\hat{w}=0,$$

mit dem d'Alembertschen Prinzip zusammenfällt. Die Folgerungen aus der Korrektur werden ihre Berechtigung zeigen.

Wir wollen aber doch, um das Prinzip der Anschauung näher zu bringen, drei zunächst für eine strenge mathematische Begründung nicht erforderliche, aber intuitiv wichtige Bemerkungen an die Aufstellung dieses Grundprinzips knüpfen:

1. Es ist möglich, unter strenger Beibe-

haltung des d'Alembertschen Prinzips, das Grundprinzip durch die Hinzunahme der Bedingungsgleichung

$$\Sigma[\delta x \int_{\Omega} \mu(\xi,\eta,\zeta,t)\,\{u(\xi,\eta,\zeta,t) - u_0(x,y,z,t)\}\,\hat{u}_\nu\,d\omega + \delta y \int_{\Omega} \mu(\xi,\eta,\zeta,t)\,\{v(\xi,\eta,\zeta,t) - v_0(x,y,z,t)\}\,\hat{u}_\nu\,d\omega + \delta z \int_{\Omega} \mu(\xi,\eta,\zeta,t)\{w(\xi,\eta,\zeta,t) - w_0(x,y,z,t)\}\,\hat{u}_\nu\,d\omega] = 0 \tag{5}$$

zu modifizieren, wobei die Summe über alle von Elektronen erfüllten Räume zu erstrecken ist. Diese Bedingungsgleichung wäre mit einem Multiplikator in dem d'Alembertschen Prinzip einzuführen, dessen Wort sich von selbst $= 2$ bestimmen wird.

2. Man kann an eine totale Reflexion der Größen

$$\mu(\xi,\eta,\zeta,t)\,\{u(\xi,\eta,\zeta,t) - u_0(x,y,z,t)\}\,,$$
$$\mu(\xi,\eta,\zeta,t)\,\{v(\xi,\eta,\zeta,t) - v_0(x,y,z,t)\}\,,$$
$$\mu(\xi,\eta,\zeta,t)\,\{w(\xi,\eta,\zeta,t) - w_0(x,y,z,t)\}$$

an den Oberflächen Ω denken; die totale Reflexion gilt aber nur für Schwingungen mit außerordentlich kleiner Schwingungsdauer T, indem jedes $\hat{u}_\nu$ in $(-\hat{u}_\nu)$ verwandelt wird. Die Beschränkung auf die Schwingungen von der sehr kleinen Schwingungsdauer T kann in Erstaunen setzen; dies leitet über zu der Bemerkung

3. Die die normalen Schwingungsgeschwindigkeiten $\hat{u}_\nu$ an den Oberflächen Ω enthaltenden Glieder stellen nur eine erste Korrektur in dem Falle von Schwingungen sehr kleiner Schwingungsdauer dar. Einer einheitlichen Auffassung wegen wird man natürlich anzunehmen haben, daß solche Zusatzglieder auch vorhanden sein müssen, wenn es sich um Schwingungen größerer Schwingungsdauer handelt, nur sollen dann die Zusatzglieder weniger merklich, bei Bewegungen, wie sie in der klassischen Mechanik betrachtet werden, ganz unmerklich werden. Dieser Auffassung kann man z. B. dadurch gerecht werden, daß man die Zerlegung in sichtbare und Schwingungs-Geschwindigkeiten in der Form festsetzt:

$$\left.\begin{aligned} u_0 &= u - \hat{u} = \alpha \int_{-\infty}^{t} u(\tau)\, e^{-\alpha(t-\tau)}\, d\tau\,, \\ v_0 &= v - \hat{v} = \alpha \int_{-\infty}^{t} v(\tau)\, e^{-\alpha(t-\tau)}\, d\tau\,, \\ w_0 &= w - \hat{w} = \alpha \int_{-\infty}^{t} w(\tau)\, e^{-\alpha(t-\tau)}\, d\tau\,, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

wo α eine sehr große, αT aber eine sehr kleine Konstante ist. Eine Zerlegung von dieser Form, welche wir nur als Beispiel anführen, da es noch andere Möglichkeiten gibt, läßt auch noch die Freiheit, α von den Dimensionen der Elemente abhängig zu denken, deren Oberflächen Verteidigungsflächen gegen die Veränderungen der den Elementen inhärenten Schwingungsenergien darstellen. So kann man die Elektronen z. B. viel kleiner annehmen, als die gravitierenden Teilchen, und hieraus eine Ursache konstruieren, weshalb die Korrekturglieder bei Schwingungen von einer sehr kleinen Schwingungsdauer T für Elektronen in Betracht kommen und nicht für gravitierende Teilchen.

Diese drei Bemerkungen erheben keinen Anspruch auf mathematische Schärfe, sie können indessen dazu dienen, unsere Korrektur des d'Alembertschen Prinzips der Anschauung näher zu bringen. Ich habe dieselbe das Prinzip der Individualität genannt, weil die Korrektur die Individualität der inhärenten Schwingungen gegenüber dem mechanischen Zwange zum Ausdruck bringt.

(Eingegangen 13. Juni 1917.)

Über das Sättigungspotential von Zylinderkondensatoren.

Von R. Seeliger.

Die Veranlassung zur Durchführung der im folgenden mitgeteilten Rechnungen gaben mir ursprünglich einige Fragen, die gelegentlich der Vorarbeiten zu einer luftelektrischen Untersuchung auftauchten. Es handelte sich dabei um folgendes Problem: Gegeben ist ein Zylinderkondensator von bestimmten geometrischen Abmessungen, in welchem sich ein ionisiertes Gas von bekannten ionenphysikalischen Eigenschaften befindet; es ist quantitativ anzugeben, welche Potentialdifferenz zwischen dem inneren und dem äußeren Zylinder des Kondensators anzulegen ist, damit der im Kondensator fließende Ionenstrom einen bestimmten in Prozenten des Sättigungsstromes vorgegebenen Wert hat.

Die praktische Bedeutung dieser Frage ist ohne weiteres ersichtlich für alle Anwendungen von Zylinderkondensatoren zur Messung von Ionisierungsstärken. Da man nun in vielen Fällen, namentlich zur Bestimmung schwacher Ionisationen, wegen des günstigen Verhältnisses von Kapazität zu Volumen mit Vorteil Zylinderkondensatoren verwendet, dürfte die Mitteilung einer allgemeinen für die numerische Rechnung geeigneten Formel und einer graphischen Darstellung der Resultate für den luftgefüllten Kondensator — wie ich sie nach eigenen Erfahrungen schon mehrfach in der Literatur vermißt habe — zum Gebrauch in der Praxis erwünscht sein; dazu kommt ein gewisses mathematisches Interesse, welches dem behandelten Problem manchen Reiz abgewinnen läßt.

1. Ich schließe mich in folgendem an eine Untersuchung[1]) über die Ionenleitung in dichten Gasen an, die ich vor längerer Zeit für das analoge Problem des Plattenkondensators im einzelnen durchgeführt und damals bereits für den Zylinderkondensator kurz skizziert habe und möchte zunächst die für den vorliegenden Zweck notwendigen Entwicklungen kurz wiederholen; wegen mathematischer Einzelheiten (Konvergenzfragen usw.) sei auf die zitierte Arbeit verwiesen.

Bezeichnet man mit n_+ und n_- die Raumdichte der positiven und negativen Ionen, mit e deren Ladung, mit E die elektrische Feldstärke, mit q die Ionisierung (d. h. die pro Zeit und Volumeinheit gebildete Anzahl von Ionenpaaren), mit i und J den Strom und den Sättigungsstrom und endlich mit α, u_+, u_- in der üblichen Weise die Ionenkonstanten (Rekombinationskoeffizient und Beweglichkeiten), so lauten in rationellen Einheiten geschrieben die Grundgleichungen für die Ionenleitung im Plattenkondensator bekanntlich:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dE}{dx} &= (n_- - n_+)\,e \\ i &= (n_- u_- + n_+ u_+)\,e \cdot E \\ q - \alpha n_+ n_- &= \frac{d}{dx}(n_- u_- E) = -\frac{d}{dx}(n_+ u_+ E) \end{aligned}\right| \quad (1)$$

Die Diffusion der Ionen ist dabei vernachlässigt, wie dies im Gebiet der im folgenden allein in Betracht kommenden nahezu gesättigten Ströme sicher ohne Gefährdung der Resultate erlaubt ist. Führt man zur Abkürzung die folgenden Bezeichnungen ein

$$u = u_+ + u_-\,;\quad k = \frac{u_+ - u_-}{u_+ + u_-}\,;\quad \mu = \frac{2e}{\alpha}\,\frac{u_+ \cdot u_-}{u_+ + u_-} \quad (2)$$

so lassen sich die Gleichungen (1) in besonders einfacher Form schreiben durch die Substitutionen:

$$\xi = \frac{q u^2 e^2}{\alpha i^2} E^2\,;\quad \eta = \frac{u}{i} E \frac{dE}{dx}\,, \quad (3)$$

nämlich in Form der beiden simultanen Gleichungen erster Ordnung

$$\mu \cdot \eta \cdot \frac{d\eta}{d\xi} - 1 + \frac{1}{\xi}\left(1 + \varkappa\eta - \frac{1}{4}(1-\varkappa^2)\,\eta^2\right) = 0 \quad \text{(a)}$$

$$\frac{dx}{l} = \frac{d\xi}{\eta} \cdot \frac{1-\varkappa^2}{4\mu} \cdot \frac{i}{J} \quad \text{(b)} \quad (4)$$

worin l der Abstand der Kondensatorplatten ist. Die Gleichung (4a) läßt sich nun für das Gebiet nahezu gesättigter Ströme integrieren durch eine Reihe der folgenden Form

$$\xi = a_1 + \Sigma a_\varkappa\,\eta^\varkappa\,, \quad (5)$$

worin die Koeffizienten a in relativ einfacher Weise durch die Konstanten der Differentialgleichungen und durch das Verhältnis i/J ausgedrückt werden können; die Reihe konvergiert sehr rasch, wenn i/J nahe an 1 liegt. Für unsere Zwecke genügt es, die ersten beiden Glieder der Reihe allein zu berücksichtigen, was darauf hinauskommt nur die ersten Potenzen von $(1 - i/J)$ noch mitzunehmen. Bezeichnen wir für das folgende J/i mit ε und führen den Parameter ξ_m ein durch

$$\frac{\xi_m}{\xi_m - 1} = \varepsilon\,, \quad (6)$$

so schreibt sich die Lösung (5) unter Einsetzung der Konstantenwerte und bei den eben erwähnten Vernachlässigungen höherer Glieder:

$$\xi = \xi_m + \frac{\mu}{2} \cdot \frac{\xi_m}{\xi_m - 1} \cdot \eta^2\,. \quad (7)$$

Dieser Wert ist nun in Gleichung (4b) einzusetzen und unter Berücksichtigung der Grenzbedingungen an den Platten zu integrieren. Die Grenzbedingungen folgen direkt aus den Grundgleichungen und aus den Substitutionsgleichungen (3) und lauten:

$$\left.\begin{aligned} &\text{an der Kathode} \quad (x = 0) \quad \eta = -\frac{u}{u_+} \\ &\text{an der Anode} \quad (x = l) \quad \eta = \frac{u}{u_-} \end{aligned}\right| \quad (8)$$

Führt man die elementaren Zwischenrechnungen aus, so erhält man für die Feldstärke als Funktion von x:

$$E = \frac{\sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{q}}{u} \cdot \frac{l}{\varepsilon}\left\{\left(\frac{x}{l} - \frac{u_-}{u}\right)^2 \frac{8\mu\varepsilon}{(1-\varkappa^2)^2} + \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}\right\}^{1/2} \quad (9)$$

und hieraus direkt durch eine Quadratur die Potentialdifferenz, welche also ε als Parameter enthält.

2. Es handelt sich nun darum, diese Überlegungen auf den Zylinderkondensator zu übertragen; dies wird ermöglicht durch die folgende günstige Eigenschaft der Grundgleichungen (1). Im allgemeinen Fall eines Kondensators mit axialer oder polarer Symmetrie schreiben sich diese nämlich in der Form:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{div} E &= (n_- - n_+)\,e \\ j &= (n_- u_- + n_+ u_+)\,e \cdot E \\ q - \alpha n_+ n_- &= \operatorname{div}(n_- u_- E) = -\operatorname{div}(n_+ u_+ E) \end{aligned}\right| \quad (10)$$

Führen wir für unseren Fall Zylinderkoordinaten ein, so nehmen die Gleichungen (10) formal genau die Form (1) an durch die Substitutionen:

$$\mathsf{E} = rE \quad dx = r\,dr \quad \mathsf{i} = rj\,, \quad (11)$$

so daß wir also die in Abschnitt 1 dargestellte weitere Behandlung der Grundgleichungen direkt übernehmen können. Wir erhalten dann schließlich eine der Beziehung (9) ganz analoge, welche E als Funktion von

[1]) R. Seeliger, Ann. d. Phys. **33**, 319, 1910.

$$x = \frac{1}{2}(r^2 - r_0^2)$$

gibt. Diese Übertragung können wir Schritt für Schritt vornehmen, da auch die Grenzbedingungen (8) in den neuen Variabeln ungeändert gelten; nur hinsichtlich der Gleichung (4b) ist eine kurze Überlegung nötig, um den dem Plattenabstand l nunmehr entsprechenden Ausdruck richtig anzugeben. Es sei der Radius des inneren Zylinders r_0, der des äußeren R; denken wir uns nun einen Keil aus dem Zylinderkondensator ausgeschnitten, welcher sich auf den inneren Zylinder mit der Fläche 1 stützt, so ist der Sättigungsstrom in diesem Keil:

$$I = q \cdot e \cdot \frac{R^2 - r_0^2}{2 r_0}.$$

Andererseits ist der Strömungszustand experimentell offenbar charakterisiert durch das Verhältnis dieses Sättigungsstroms zu dem im Keil tatsächlich fließenden Strom; dieser aber ist nicht gegeben durch das in die Gleichungen (10) eingehende j, sondern durch den Wert j_0 dieses (räumlich variablen) j für $r = r_0$. Da nun $j = j \cdot r$ räumlich konstant ist, so ist

$$\frac{i}{I} = \frac{j \cdot r}{I} = \frac{j_0}{I} r_0 = \frac{r_0}{\varepsilon}, \qquad (12)$$

wenn wir wieder mit ε den experimentell eine Rolle spielenden Stromparameter bezeichnen. Die Gleichung (4b) schreibt sich nun in der Form

$$\frac{dx}{\left(\frac{R^2 - r_0^2}{2 r_0}\right)} = \frac{d\xi}{\eta} \cdot \frac{1 - \varkappa^2}{4\mu} \cdot \frac{r_0}{\varepsilon}, \qquad (13)$$

welche formal genau mit Gleichung (4b) übereinstimmt, wenn wir dort l ersetzen durch $\frac{R^2 - r_0^2}{2}$. Wir erhalten also die folgende Regel: Setzen wir

$$r \cdot E = \mathsf{E}; \quad \frac{1}{2}(r^2 - r_0^2) = x; \quad \frac{R^2 - r_0^2}{2} = l \qquad (14)$$

und bezeichnen mit ε das beobachtete Verhältnis des Stromes zum Sättigungsstrom, so gelten für die Größen E, ε, x und die Konstante l genau dieselben Beziehungen, wie für den Plattenkondensator. Wir erhalten also direkt aus Gleichung (9) den räumlichen Verlauf der Feldstärke in der Form:

$$E = \frac{\sqrt{a}\sqrt{q}}{u} \cdot \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{R^2 - r_0^2}{2r} \left\{ \left(\frac{r^2 - r_0^2}{R^2 - r_0^2} - \frac{u_-}{u} \right)^2 \frac{8\mu\varepsilon}{(1 - \varkappa^2)^2} + \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \right\}^{1/2} \qquad (15)$$

3. Die zum Stromparameter ε gehörende Potentialdifferenz erhalten wir nun aus (15) durch direkte Quadratur, in dem wir die rechte Seite von R bis r_0 integrieren. Man vereinfacht die Ausführung der Integration durch eine passende Reihenentwicklung deren Berechtigung sich sofort aus einer Abschätzung der einzelnen Glieder in der geschweiften Klammer ergibt. Zunächst ist im Integrationsbereich R bis r_0 der Wert des Ausdrucks in der runden Klammer

$$0 \leqq \left(\frac{r^2 - r_0^2}{R^2 - r_0^2} - \frac{u_-}{u} \right)^2 \leqq \left(\frac{u_-}{u} \right)^2 < 1$$

der Wert des konstanten Faktors $\frac{8\mu}{1 - \varkappa^2}$ ist der folgende für einige Gase:

Wasserstoff	Luft	Sauerstoff	Kohlensäure
72	14	13,8	6,7

Demgegenüber ist $\frac{1}{\varepsilon - 1}$ für nahezu gesättigte Ströme groß; so hat es zum Beispiel für $i = 0{,}98\,J$ den Wert 50 für $i = 0{,}99\,J$ den Wert 100. Mit Ausnahme von Wasserstoff werden wir also in der betrachteten Nähe des Sättigungsstroms unbedenklich nach Potenzen von $(\varepsilon - 1)$ entwickeln und entsprechend der oben eingeführten Näherung sogar mit dem ersten Glied abbrechen können; eine weitere Näherung ließe sich natürlich ohne jede prinzipielle Schwierigkeit für die Quadratur gewinnen. Führen wir nun die Reihenentwicklung aus, indem wir $\frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}$ vor die Klammer nehmen und integrieren wir den erhaltenen Ausdruck gliedweise zwischen R und r_0, so ergibt sich der gesuchte Wert für die Potentialdifferenz in der folgenden übersichtlichen Form:

$$V = \frac{\sqrt{a}\sqrt{q}}{2u} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon} \cdot \sqrt{\varepsilon - 1}} r_0^2 \left(\frac{R^2}{r_0^2} - 1 \right) \left\{ \left[1 + A \left(\frac{1}{\frac{R^2}{r_0^2} - 1} + \frac{u_-}{u} \right)^2 \right] \ln \frac{R}{r_0} - A \left(\frac{1}{\frac{R^2}{r_0^2} - 1} + \frac{u_-}{u} \right) + \frac{A}{4} \frac{\frac{R^2}{r_0^2} + 1}{\frac{R^2}{r_0^2} - 1} \right\} \qquad (16)$$

worin zur Abkürzung

$$A = \frac{4\mu}{(1-\varkappa^2)^2}(\varepsilon - 1)$$

gesetzt ist. Es ist nun noch ein Punkt zu beachten, der unter Umständen eine Rolle spielen kann. Wie nämlich aus Gleichung (15) für den Feldverlauf hervorgeht, nimmt E zu mit abnehmendem r. Es ist deshalb möglich, daß für sehr kleine r, d. h. also für Kondensatoren mit sehr dünner Innenelektrode, E groß genug wird, um in deren Umgebung eine selbständige Entladung einzuleiten. Ist dies der Fall, so werden in dem fraglichen Gebiet des Kondensatorraumes neue Ionen nicht nur gebildet durch die äußere bisher als allein wirkend angenommene konstante Ionisierung, sondern auch durch Stoßionisation, und zwar in beträchtlichen und von der Feldstärke abhängenden Mengen. Unsere Formel (16) wird also ungültig werden, da die ihrer zugrunde liegenden Voraussetzungen nicht mehr erfüllt sind. Die weitere Verfolgung dieser Verhältnisse führt nun zu ganz interessanten Ergebnissen; so findet man z. B., daß für einen Kondensator von bestimmten Dimensionen der Grad der Annäherung an den Sättigungsstrom theoretisch begrenzt ist (eben durch das Eintreten der selbständigen Entladung), ferner daß diese umso früher eintritt je tiefer der Druck ist, ein Ergebnis, das übrigens experimentell längst bekannt und z. B. von Langevin verwertet ist. Für uns kommt hier in Betracht, daß für die gewöhnlich gewählten Verhältnisse (Atmosphärendruck, r_0 bis herab zu 0,1 mm) praktisch die genannten Fragen keine Rolle spielen. Man überzeugt sich leicht davon durch direkte Ausrechnung der maximalen Feldstärke nach Gleichung (15).

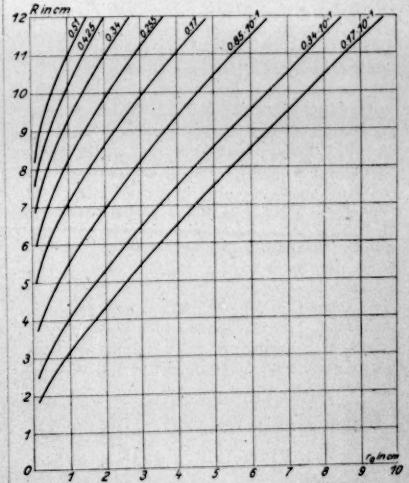
4. Führen wir in Gleichung (16) die numerischen Werte für die Konstanten ein und drücken die anzulegende Potentialdifferenz aus in Volt, so erhalten wir für trockene Luft vom Atmosphärendruck, die für die Anwendungen in erster Linie in Betracht kommen dürfte:

$$V = 0{,}17 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{\varepsilon}\cdot\sqrt{\varepsilon - 1}}\, r_0^2 \left(\frac{R^2}{r_0^2} - 1\right)\left\{\left[1 + 7{,}426(\varepsilon - 1)\left(\frac{1}{\frac{R^2}{r_0^2} - 1} + 0{,}574\right)^2\right]\ln\frac{R}{r_0}\right.$$

$$\left. - 7{,}426(\varepsilon - 1)\cdot\left(\frac{1}{\frac{R^2}{r_0^2} - 1} + 0{,}574\right) + 1{,}857\cdot(\varepsilon - 1)\,\frac{\frac{R^2}{r_0^2} + 1}{\frac{R^2}{r_0^2} - 1}\right\}.$$

Ich habe die numerische Rechnung durchgeführt für einen Strom, der 99 Proz. des Sättigungsstroms beträgt, da dies zur Ermöglichung einer Orientierung für die Praxis in den meisten Fällen ausreichen dürfte. Das Resultat ist graphisch dargestellt in der nebenstehenden Figur, und zwar in der Weise, daß R und r_0 als Koordinaten einer Kurvenschar, V als Parameter dienen, daß ferner $q = 1$ gesetzt ist[1]). Zur Illustration sei etwa der bekannte Zerstreuungsapparat von Elster u. Geitel mit Schutzzylinder gewählt, für welchen $R = 9$ cm, $r_0 = 2{,}5$ cm beträgt; setzen wir q z. B. gleich 1600, so finden wir, daß eine Potentialdifferenz von 7 Volt genügt, um bis auf 1 Proz. gesättigten Strom zu erhalten.

Zum Schluß sei noch bemerkt, daß wegen der Asymmetrie des Feldes es natürlich nicht gleichgültig ist, ob die innere Elektrode negativ oder positiv geladen ist, und daß unsere Rechnungen entsprechend dem Ansatz für die Grenzbedingungen sich auf den Fall beziehen, daß die Kathode innen, die Anode außen liegt. Der



1) V, die angegebenen Parameterwerte, multipliziert mit $\sqrt{q}$ geben also direkt die anzulegende Potentialdifferenz in Volt an.

Unterschied für beide Schaltungen ist für den hier verfolgten praktischen Zweck belanglos; die genauere Rechnung kann ohne Mühe an Hand der allgemeinen Gleichung (16) durchgeführt werden, da man einfach u_- durch u_+ zu ersetzen hat. Endlich sei noch darauf hingewiesen, daß für den Kugelkondensator den Substitutionen (11) ganz analoge existieren, so daß sich also für diesen die Rechnungen nach derselben einfachen Methode durchführen lassen, wie dies hier für den Zylinderkondensator geschehen ist.

z. Zt. Luftschiffhafen-Hannover, Mai 1917.

(Eingegangen 22. Juni 1917.)

ZUSAMMENFASSENDE BEARBEITUNGEN.

Die Meßmethoden der Röntgenstrahlen.

Von R. Glocker.

(Schluß.)

III. Methoden der Härtemessung.

Wie im Kapitel I besprochen wurde, wird die Härte bei einer homogenen Strahlung durch eine einzige Zahl, bei einem Strahlengemisch durch eine Summe von Zahlen ausgedrückt. Wenn man sich auch im letzteren Falle häufig solcher Methoden bedient, deren Resultat nur einen einzigen Zahlenwert liefert, so geschieht dies, um auf einfache Weise einen ungefähren Anhalt über die Qualität der Strahlung zu gewinnen. Das Ziel der Messung ist dabei beschränkt auf die Bestimmung der „mittleren Härte" der Strahlung. Eine vollständige Lösung des Problems der Härtemessung im Sinne einer Analysierung des Strahlengemisches kann von zwei Seiten in Angriff genommen werden, je nachdem man zur Definition des Härtegrades vom Absorptionskoeffizienten oder von der Wellenlänge ausgeht. Die eine Gruppe dieser Verfahren beruht auf dem Prinzip aus wiederholten Intensitätsmessungen bei Einschaltung absorbierender Schichten veränderlicher Dicke die einzelnen Strahlungskomponenten zu berechnen, während die andere Gruppe durch spektrale Zerlegung (Abbeugung in Kristallraumgittern) oder durch Benutzung eines Resonanzphänomens (Erregung der Eigenstrahlung passend ausgewählter chemischer Stoffe) eine räumliche Trennung der Strahlungsbestandteile verschiedenen Härtegrades bewirkt. Eine weitere Gruppe bilden sodann diejenigen Methoden, deren gemeinsames Kennzeichen darin besteht, daß die Härte der Strahlung auf indirektem Wege durch elektrische Messungen am Röhrenstromkreis ermittelt wird.

1. Gruppe: Bestimmung der mittleren Härte.

1. Einmetallige Skalen.

Verschiedene gleich große Löcher einer Bleischeibe sind mit Platinfolien zunehmender Dicke (Walter) oder mit gleich dicken Scheiben aus verschiedenem Material (Beez) bedeckt. Die Zahl der auf einem dahinter gehaltenen Leuchtschirm sichtbaren Kreise gilt als relatives Härtemaß. Der prinzipielle Fehler dieser Schwellenwertskalen liegt darin, daß das Einstellungskriterium nicht bloß von der Härte, sondern auch von der Intensität der Strahlung abhängt. Dieser Nachteil trat umso stärker hervor, je mehr die obere Grenze der technisch herstellbaren Strahlungsintensitäten im Laufe der Zeit erweitert wurde.

2. Zweimetallige Skalen.

Die Härtemesser von Röntgen, Benoist, Benoist-Walter, Wehnelt beruhen auf einer Vergleichung der Absorptionswirkung einer selektiv absorbierenden Substanz I von konstanter Dicke mit der einer normal absorbierenden Substanz II von veränderlicher Dicke. Das älteste Instrument dieser Art ist das Röntgensche Platinaluminiumfenster: kreisförmige Ausschnitte (Fenster) in einer Platinfolie sind mit dünnen gleich dicken Aluminiumblättchen bedeckt, deren Anzahl von Fenster zu Fenster zunimmt. Auf einem Leuchtschirm wird festgestellt, welches Fenster gleiche Durchlässigkeit besitzt, wie die umgebende Platinfolie. Die Fensternummer (= Anzahl der Aluminiumblättchen) dient als relatives Härtemaß. Nähere Angaben über die Beschaffenheit der übrigen Härteskalen dieser Art sind in Tabelle II enthalten.

Zum Aufsuchen derjenigen Aluminiumschicht, welche die Strahlung ebenso stark schwächt, wie das Blättchen der Vergleichssubstanz I kann statt des Leuchtschirms auch die photographische Platte benutzt werden. Im Hinblick auf die verschiedenartige Zusammensetzung der beiden durch Aluminium bzw. Silber (Platin) filtrierten Strahlungsgemische (Hinzutreten der Eigenstrahlung der Schwermetalle) ist zu erwarten, daß das Resultat der Ablesung von der Art der Strahlungsreagenz abhängt. Nach den Ver-

Tabelle II.

	Substanz I	Dicke in mm	Substanz II	Dicke der einzelnen Schichten in mm.
Röntgen	Pt	0,0026	Al	1. 00299, 2. 0,0299 . . . . . , 15. 0,0299
Benoist	Ag	0,11	Al	1, 2, 3. . . . . , 12.
Benoist-Walter . .	Ag	0,11	Al	2; 2,4; 3,2; 4,4; 6; 8.
Wehnelt	Ag	0,10	Al	Kontinuierlicher Keil von 1 bis 16 mm Dicke.

suchen von Voltz[1]) betragen die maximalen Differenzen der Härtemessung bei ein und derselben Strahlung 2 Wehnelt, je nachdem ein Leuchtschirm aus Bariumplatinzyanür oder aus Kalziumwolframat oder die Bromsiberemulsion der photographischen Platte als Strahlungsreagenz diente. In letzterem Falle ergeben sich außerdem verschiedene Werte, je nachdem die Skala unmittelbar oder unter Zwischenschaltung eines Papiers auf der Schicht aufliegt. Infolge der erheblich stärkeren sekundären Kathodenstrahlung des Silbers ist bei direkt aufliegender Skala das dem Silber entsprechende Feld auf der Platte stärker geschwärzt, während durch die Papierzwischenlage die Kathodenstrahlen völlig absorbiert werden.

Zur Erläuterung der Wirkungsweise dieser Härtemesser ist in Fig. 6 das Absorptionsgesetz

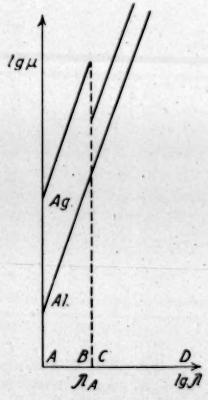


Fig. 6.

für Aluminium und Silber schematisch dargestellt. Wie ersichtlich, ist das Verhältnis der Absorptionskoeffizienten dieser beiden Metalle im Bereich der langen Wellenlängen DC und der kurzen Wellenlänge AB konstant. Die sprunghafte Änderung des Zahlenwertes dieser Konstanten erfolgt bei der Absorptionsbandkante des Silbers ($\lambda_A = 0{,}49 \cdot 10^{-8}$ cm nach Wagner)[1]). Die Dicke X der Aluminiumschicht, welche ebenso stark absorbiert wie das Silberblättchen von der Dicke d cm, bestimmt sich aus

$$e^{-\mu_{Ag} \cdot d} = e^{-\mu_{Al} \cdot X} \text{ zu } X = \frac{\mu_{Ag}}{\mu_{Al}} \cdot d, \quad (12)$$

wobei die Strahlung zunächst als homogen vorausgesetzt wird. Enthält nun ein Strahlengemisch nur Wellenlängen des Bereiches CD (sehr weiche Röhre), so folgt aus Gleichung 12 und aus Fig. 6, daß sich für alle diese Wellenlängen derselbe Wert für X ergibt. Wird z. B. durch Spannungserhöhung eine Änderung des Spektrums in der Weise bewirkt, daß alle neu hinzutretenden kurzen Wellen noch größer als λ_A sind, so wird diese Härtung der Strahlen von dem Härtemesser nicht angegeben werden können. Ein solcher Vorgang ist tatsächlich experimentell beobachtet worden. Bei einer Gleichstromspannung, welche allmählich bis zu 25000 Volt erhöht wurde, fand Kröncke[2]) mit der Benoist-Skala stets den Wert 2. Erst bei Überschreitung dieses Spannungswertes zeigt die Benoist-Skala wachsende Härte an. Hieraus folgt, daß zur Erzeugung der Wellenlängen kleiner als $\lambda_A = 0{,}49 \cdot 10^{-8}$ cm eine Mindestspannung von 25000 Volt erforderlich ist, ein Resultat, das neuerdings durch direkte Messungen von Duane und Hunt[3]) bestätigt wurde. Der analoge Fall, daß eine Strahlung nur Wellenlängen des Bereiches AB enthält, tritt bei starker Filterung einer Strahlung auf. Das theoretisch zu erwartende Versagen der zweimetalligen Härteskalen in diesem Falle wird durch zahlreiche Erfahrungen der medizinischen Tiefentherapie experimentell bestätigt. Voraussetzung für die eindeutige Verwendbarkeit dieser Härtemesser ist also die Bedingung, daß die untersuchte Strahlung sowohl Wellenlängen enthält, die größer sind als λ_A, als auch solche, die kleiner sind als λ_A. Die Angabe zunehmenden Härtegrades bedeutet somit eine Zunahme des Gehaltes an Strahlen von kurzer Wellenlänge (kleiner als λ_A). Aus der Notwendigkeit

1) Diss. Tübingen 1916.

1) l. c.
2) l. c.
3) l. c.

der eben aufgestellten Bedingung folgt die Unrichtigkeit der allgemeinen Ansicht, daß bei gleicher Betriebsform die Angaben dieser Härtemesser eindeutig seien. Außer der besprochenen Vieldeutigkeit für sehr weiche und sehr harte Strahlungen ist noch eine Vieldeutigkeit in dem Sinne vorhanden, daß Strahlengemische von ganz verschiedener Zusammensetzung gleiche mittlere Härte besitzen können. Wie der Verf.[1]) experimentell gezeigt hat, ergibt sich für zwei Strahlungen, von denen die eine hauptsächlich nur mittelharte, die andere weiche, mittelharte und harte Strahlen enthielt, der gleiche Härtegrad nach Benoist.

3. Halbwertmesser nach Christen.

Im Gegensatz zu den willkürlichen Einheiten dieser ein- und zweimetalligen Skalen hat Christen[2]) als Maß der Härte die Dicke derjenigen Wasserschicht vorgeschlagen, welche die Strahlungsintensität zur Hälfte absorbiert. Das Christensche Instrument besteht aus der sogenannten Halbwertplatte (strahlenundurchlässige Platte mit Löchern, Summe der Lochflächen gleich halber Summe der Gesamtfläche der Platte) und aus einer Bakelittreppe. Bakelit besitzt nach seinen Angaben gleiches Absorptionsvermögen wie Wasser. Die Dicke derjenigen Bakelitstufe, welche auf einem dahinter befindlichen Leuchtschirm gleiche Helligkeit zeigt wie die Halbwertplatte ist gleich der gesuchten Halbwertschicht. Bei gleicher Betriebsweise der Röntgenröhre ist die Angabe dieses Härtemessers eine eindeutige. Nach Versuchen von Klingelfuß und Voltz erfolgt die Änderung der auf diese Weise gemessenen Halbwertschicht annähernd proportional mit der an der Röhre liegenden Spannung, während die entsprechenden Kurven der Benoist- und Wehnelt-Werte ein ganz irreguläres Verhalten zeigen. Vergleichstabellen zwischen den einzelnen Härteskalen besitzen daher nur einen bedingten Wert, da die Reduktionsfaktoren in erheblicher Weise von der spektralen Zusammensetzung des Strahlengemisches und infolgedessen von der Betriebsweise der Röhre abhängen. Die Halbwertschicht als Härtemaß hat sich besonders dadurch in der medizinischen Bestrahlungslehre gut bewährt, daß sie eine anschauliche Vorstellung von der Tiefenwirkung der Röntgenstrahlen auf die einzelnen Körperregionen vermittelt, da die Gewebe des menschlichen Körpers gleiches Absorptionsvermögen wie Wasser besitzen.

1) Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. **24**, 91, 1916.
2) Messung und Dosierung der Röntgenstrahlen. Hamburg 1913.

4. Bestimmung des mittleren Absorptionskoeffizienten.

Die mittlere Härte eines Strahlengemisches wird am einfachsten dadurch ermittelt, daß der Absorptionsverlust in einer bestimmten Schichtdicke eines und desselben Stoffes bestimmt wird. Aus der Intensitätsmessung vor und hinter der Schicht berechnet sich der mittlere Absorptionskoeffizient aus Gleichung 1. Zur Eindeutigkeit der Messung sind erforderlich: Normales Absorptionsverhalten des betreffenden Stoffes, konstante Schichtdicke, Messung der Intensität in stets gleicher Weise. Da das Strahlengemisch bei der ersten Intensitätsmessung eine andere spektrale Zusammensetzung besitzt wie bei der zweiten, und da die Angaben der meisten Intensitätsmeßmethoden vom Härtegrad der Strahlen abhängen, wird nämlich der Absorptionskoeffizient verschieden groß gefunden, je nachdem Leuchtschirm, Ionisation oder photographische Platte benutzt werden.

Dasselbe gilt für die Bestimmung der Halbwertschicht (Variierung der eingeschalteten Schichtdicke, bis die auffallende Strahlungsintensität durch Absorption zur Hälfte geschwächt wird). In der Röntgentechnik wird häufig die Halbwertschicht in Aluminium bestimmt und die erhaltenen Werte mit 10 multipliziert als Halbwertschicht in Wasser angegeben, unter Hinweis auf die Versuche von Perthes[1]), daß 1 mm Aluminium ebenso stark absorbiert wie 1 cm Wasser. Eigene Versuche des Verf.[2]) haben jedoch ergeben, daß diese Beziehung nur bei einer Strahlung von bestimmter Härte gilt (etwa $\lambda = 0{,}6 \cdot 10^{-8}$ cm) und daß der Quotient der Absorptionskoeffizienten von Aluminium und Wasser mit abnehmender Wellenlänge stetig abnimmt. Eine Umrechnung der beiden Halbwertschichten ist daher ohne genaue Kenntnis der Strahlungszusammensetzung unmöglich.

2. Gruppe: Wiederholte Absorptionsmessungen.

Absorptionsmessungen an einem als Normalkörper dienenden Stoff können entweder so vorgenommen werden, daß die Intensität J als Funktion der Schichtdicke x gemessen und aufgezeichnet wird oder so, daß immer an einer gleich dicken Schicht der Absorptionskoeffizient gemäß der Gleichung 1 bestimmt wird, wobei vor diese Schicht ein Filter veränderlicher Dicke vorgeschaltet wird. Benutzt man im ersteren Falle $\lg J$ und $\lg x$ als Koordinaten, so wird eine homogene Strahlung durch eine gerade Linie dargestellt. Je gekrümmter also die ex-

1) Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. **8**, 12.
2) Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. **24**, Heft 6, 1917 (gemeinsam mit W. Reusch).

perimentell erhaltene Kurve ist, desto größer ist die Heterogenität der untersuchten Strahlung. Aus einer endlichen Summe von J_n solcher Intensitätsmessungen kann auf mathematischem Wege die Zerlegung der Strahlung in eine Anzahl n homogener Komponenten mit den Intensitäten $J_1, J_2 \ldots J_n$ und den Absorptionskoeffizienten $\mu_1, \mu_2 \ldots \mu_n$ durchgeführt werden. Die nach dem Durchgang durch die Schichtdicke x jeweils vorhandene Strahlungsintensität läßt sich nämlich durch eine Gleichung folgender Form darstellen:

$$J = J_1 e^{-\mu_1 x} + J_2 e^{-\mu_2 x} + J_n e^{-\mu_n x}. \quad (13)$$

Betreffs der näheren Einzelheiten der Berechnungen wird auf die Arbeiten von Kröncke[1]) und Thomson[2]) verwiesen. Voraussetzung ist dabei, daß die benutzte Meßmethode wirklich die Intensität eines Strahlengemisches mißt. Wird z. B. zwecks Bestimmung des mittleren Absorptionskoeffizienten die Intensität eines Strahlengemisches mit einer Ionisationsmethode vor und hinter der absorbierenden Schicht gemessen, so wird der Quotient $\frac{J_1}{J_0}$ zu klein gefunden, wenn man J_0 und J_1 den Sättigungsstromstärken direkt proportional setzt, da der relative Anteil der weichen Strahlungskomponenten im zweiten Gemisch geringer ist als im ersten. Zur Berechnung des Korrektionsfaktors nach Gleichung (6) ist aber die Kenntnis gerade derjenigen Größen erforderlich, deren Ermittlung das Ziel der Messung bildet. Daraus folgt die prinzipielle Unmöglichkeit, mit den üblichen Ionisationsmessungen genaue Werte der Absorptionskoeffizienten heterogener Strahlungen erhalten zu können. Dasselbe gilt für die photographischen und fluorometrischen Methoden.

Diesem Umstand, daß nicht J, sondern μJ durch den Sättigungsstrom gemessen wird, trägt das graphische Analysierungsverfahren von Weißenberg[3]) Rechnung, welcher von der Darstellung der vom Instrument angezeigten scheinbaren Intensität als Funktion der Schichtdicke ausgeht. In der Eigenart dieses Näherungsverfahrens liegt es, daß ein Strahlengemisch nur in eine sehr geringe Anzahl von Komponenten zerlegt werden kann. Es ist besonders zu bemerken, daß die durch das Verfahren sich ergebende weichste Komponente keineswegs die untere Grenze des physikalisch vorhandenen Spektrums darstellt[4]).

1) l. c.
2) Phil. Mag. **30**, 780, 1915.
3) Fortschr. a. d. Geb. der Röntgenstr. **23**, 229, 1915.
4) Goos, Fortschr. a. d. Geb. der Röntgenstr. **24**, 409, 1917 berechnet z. B. auf diese Weise für eine technische Röntgenröhre als weichste Strahlungskomponente eine Härte von 1,2 mm Aluminium-Halbwertschicht, während die weichsten von der Röhre erzeugten Strahlen, die durch das Glas dringen, eine Härte von etwa 0,1 mm Aluminium Halbwertschicht besitzen.

Bei der experimentellen Messung der Absorptionskoeffizienten ist durch Einschaltung geeigneter Blenden und durch entsprechende Bemessung des Abstandes zwischen Filter und Strahlungsreagenz zu vermeiden, daß die Sekundärstrahlung des Filtermaterials eine viel zu große Intensität hinter dem Filter vortäuscht.

Bei Absorptionsmessungen an sehr harten Strahlen kann sich der „wahre Absorptionskoeffizient" $\bar{\mu}$ von dem experimentell nach Gl. 1 bestimmten „rohen Absorptionskoeffizienten" μ um ein beträchtliches unterscheiden. Die beobachtete Intensitätsabnahme $J_0 - J_1$ rührt nicht bloß davon her, daß ein Teil der auffallenden Strahlungsintensität in dem Medium absorbiert und in andere Energieformen (charakteristische Eigenstrahlung, sekundäre Kathodenstrahlung, Wärme) transformiert wird. Durch diffuse Zerstreuung in dem absorbierenden Medium wird nämlich ein gewisser Bruchteil von J_0 in anderen Richtungen als in der Inzidenzrichtung fortgepflanzt, so daß er bei der Bestimmung von J_1 (hinter der absorbierenden Schicht) nicht von der Messung erfaßt werden kann. Die Beziehung zwischen μ und $\bar{\mu}$ lautet somit

$$\mu = \bar{\mu} + s \quad (14)$$

s Zerstreuungskoeffizient.

Im allgemeinen ist $\bar{\mu} >> s$. Bei sehr harten Strahlen darf s nicht mehr vernachlässigt werden, besonders dann nicht, wenn der absorbierende Stoff aus Elementen niederen Atomgewichtes besteht. Für Aluminium ist z. B. bei $\lambda = 0{,}2 \cdot 10^{-8}$ cm s ungefähr ebenso groß wie $\bar{\mu}$.

3. Gruppe: Räumliche Trennung der einzelnen Strahlungskomponenten.

1. Läßt man ein heterogenes Röntgenstrahlenbündel durch einen Kristall hindurchtreten, so werden die Strahlen von den Atomebenen des Kristalls je nach der Größe ihrer Wellenlänge von ihrer geradlinigen Fortpflanzungsrichtung abgebeugt, so daß auf einer hinter dem Kristall angebrachten photographischen Platte die Strahlen verschiedener Wellenlänge räumlich voneinander getrennt in Erscheinung treten. Bildet die betreffende Atomebene mit dem einfallenden Strahlenbündel einen Winkel φ, so kommt ein Beugungseffekt nur dann zustande, wenn eine Wellenlänge λ in der Strahlung enthalten ist, welche der Bedingung

$$n\lambda = 2d \sin\varphi \quad (15)$$

genügt. $n = 1, 2, 3 \ldots$ Ordnungszahl des Spektrums, d Abstand gleicher Atomebenen; der

Beugungswinkel ist dann $= 2\varphi$. Man findet daher auf einfache Weise die Richtung des gebeugten Strahles dadurch, daß man sich den einfallenden Strahl an der betreffenden Atomebene reflektiert denkt. Um ein Spektrum der Strahlen zu erhalten, muß man dafür sorgen, daß für jede in der Strahlung vorhandene Wellenlänge ein passender Wert des Winkels φ auftreten kann. Dies geschieht zumeist durch ein langsames Hin- und Herdrehen des Kristalls mittelst eines Uhrwerkes (Drehkristallmethode nach Broglie[1]), so daß ein und dieselbe Atomebene nacheinander kontinuierlich alle Werte des Winkels φ gegenüber dem einfallenden, schwach divergenten Strahlenbündel annimmt. Eine andere Möglichkeit besteht darin, ein stark divergentes Strahlenbündel auf einen stillstehenden Kristall auffallen zu lassen (Moseley[2]). Die Drehkristallmethode besitzt den Vorzug, daß partielle Störungen des Kristallgefüges eliminiert werden, da infolge der Rotation des Kristalls die Reflexionsstelle immer wieder auf andere Flächenstücke zu liegen kommt. Betreffs näherer Einzelheiten der verschiedenen Spektrometer (fokussierende Wirkung der Drehkristallmethode, spaltlose Methode, Vakuumspektrograph) muß auf das umfassende Referat von Siegbahn[3]) verwiesen werden.

Für quantitative Messungen der Intensitäten der einzelnen Spektralbezirke wird statt der photographischen Platte eine um den Kristall herum drehbare Ionisationskammer angewandt (Bragg[4]), welche zur Erhöhung des Ionisierungseffektes mit schweren Gasen (Methylbromid) gefüllt ist. Um eine von dem Einfluß der Spaltweite unabhängige Verhältniszahl zwischen Intensität J_λ einer bestimmten Wellenlänge und Gesamtintensität J der Strahlung zu erhalten, wird bei feststehender Ionisationskammer der Kristall schrittweise (z. B. um je fünf Bogenminuten) durch den entsprechenden Winkelbereich hindurchgedreht und die Ionisationsströme i gemessen. Die Fläche zwischen Kurve und Abszisse (Fig. 7) ist dann gleich der Ionisation von J_λ. Um aus den Sättigungsströmen das Intensitätsverhältnis $\frac{J}{J_\lambda}$ zu erhalten, bedarf es einer Korrektion gemäß Gleichung (6). Wegen der Heterogenität der Primärstrahlung würde eine Korrektion erster Näherung jedesmal eine Bestimmung des mittleren Absorptionskoeffizienten der Primärstrahlung erfordern, während der Absorptionskoeffizient der betreffenden Wellenlänge

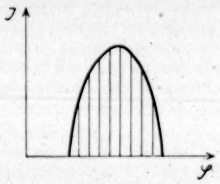


Fig. 7.

mit Hilfe der Gleichung 4 berechnet werden kann. Eine automatische Integration der Kurve der Fig. 7 liefert die Beobachtung des Gesamtrückgangs eines geladenen Elektroskopes während der schrittweisen Drehung des Kristalls innerhalb des fraglichen Winkelintervalles. Wird die Ionisationskammer um eine in der reflektierenden Kristallfläche gedachte Achse allmählich gedreht, so kann das ganze Spektrum der Primärstrahlung aufgenommen werden. Auf dieser Grundlage beruht das von Compton[1]) angegebene registrierende Spektrometer, bei welchem die Ausschläge des Elektrometers automatisch auf einem bewegten lichtempfindlichen Papier aufgezeichnet werden, so daß direkt die Intensitätskurve des Spektrums als Funktion des Reflexionswinkels erhalten wird. Diese Kurve gibt jedoch kein ganz richtiges Bild der Energieverteilung im Spektrum, weil die Ionisationswirkung der gleichen Intensität an den verschiedenen Stellen des Spektrums verschieden groß ist und weil die einzelnen Wellenlängen im Kristall und in der Luft in verschieden starkem Maße absorbiert werden.

2. Da für die Zwecke einer technischen Strahlungsanalyse die spektrometrischen Methoden zu umständlich sind, hat der Verf.[2]) versucht, auf folgende Weise einen direkten Aufschluß über die Zusammensetzung von Strahlungsgemischen zu erhalten: Werden verschiedene chemische Elemente gleichzeitig und unter denselben Bedingungen einer Röntgenstrahlung ausgesetzt, so ist die Stärke der auftretenden charakteristischen Eigenstrahlung eines jeden Elementes proportional der Intensität eines gewissen Spektralbereiches in der Primärstrahlung. Die Lage dieser erregenden Spektralbereiche ist für jeden Stoff aus den von Wagner[3]) ermittelten Absorptionsbandkanten leicht zu berechnen. Es handelt sich bei diesem Verfahren um einen ähnlichen Resonanzvorgang wie bei dem Frahmschen Frequenzmesser in der Wechselstromtech-

1) Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 1348, 1913.
2) Phil. Mag. **26**, 1024, 1913.
3) Jahrbuch der Radioaktivität **13**, 296, 1916.
4) Proc. Roy. Soc. **88**, 428, 1913.

1) Phys. Rev. **7**, 646, 1916.
2) Fortschr. a. d. Geb. der Röntgenstr. **24**, 91, 1916.
3) Ann. d. Phys. **46**, 868, 1915.

nik, bei welchem aus einer Anzahl von Federn mit verschiedenen Eigenschwingungszahlen diejenige am stärksten zur Schwingung erregt wird, deren Eigenfrequenz der Wechselstromfrequenz am nächsten kommt. Sind nun fünf Stoffe so ausgewählt, daß ihre Anregungsbereiche sich aneinander anschließen und das ganze Spektrum einer technischen Röntgenröhre umfassen, so liefert eine Messung der Intensität S jeder Eigenstrahlung ein Maß für die Intensität P des betreffenden erregenden Spektralbereiches der Primärstrahlung auf Grund der Gleichungen

$$P_1 = a_1 S_1,\ P_2 = a_2 S_2,\ \ldots\ P_5 = a_5 S_5. \quad (16)$$

Der für jeden der fünf Stoffe charakteristische Wert der Konstanten a kann noch nicht für alle Elemente berechnet werden, da experimentelle Werte des Sekundärstrahlungsemissionskoeffizienten bisher nur für wenige Elemente bekannt sind (Sadler[1]). Eine Kenntnis der a-Werte ist jedoch nicht erforderlich, wenn es sich um die praktisch wichtigste Aufgabe, die vergleichende Untersuchung der Zusammensetzung von Strahlengemischen handelt. Untersucht man nämlich eine zweite Strahlung in derselben Weise, so ergibt sich

$$P_1' = a_1 S_1',\ P_2' = a_2 S_2'$$

usf., also

$$\frac{P_1}{P_1'} = \frac{S_1}{S_1'},\ \frac{P_2}{P_2'} = \frac{S_2}{S_2'}, \quad (17)$$

usf. Das Verfahren gibt somit an, wieviel mal stärker oder schwächer die Intensitäten von fünf zahlenmäßig bekannten Spektralbezirken in dem ersten Strahlengemisch enthalten sind im Vergleich zu deren Intensitäten im zweiten Strahlengemisch. Bei dem vom Verf. angegebenen Apparat zur photographischen Registrierung der Sekundärstrahlungen, genügen Expositionszeiten von etwa 1 Minute, um starke Schwärzungen zu erhalten, so daß der Einfluß einer geänderten Betriebsweise (elektrische Verhältnisse, Röhrenvakuum, Filter) auf die Strahlungszusammensetzung leicht untersucht werden kann. Bei Verwendung einer Ionisationsmethode zur Messung der Eigenstrahlungsintensitäten läßt sich die Reduktion nach Gleichung (6) ohne weiteres anbringen, da die Werte der Absorptionskoeffizienten der Eigenstrahlungen alle bekannt sind (Barkla[2]).

4. Gruppe: Indirekte Härtemessungen.

Auf Grund der theoretischen Vorstellung, daß die Röntgenstrahlen umso kleinere Impulsbreite (Wellenlänge) besitzen, je größer die Geschwindigkeit der erzeugenden Kathodenstrahlen ist, d. h. je größer die an die Röhre angelegte Spannung ist, bieten sich zwei Möglichkeiten zu einer indirekten Härtemessung, nämlich erstens durch Bestimmung der Kathodenstrahlengeschwindigkeit v oder zweitens durch Messung der Spannung V.

1. Die klassische Methode zur Bestimmung der Geschwindigkeit von Kathodenstrahlen ist die Beobachtung ihrer Ablenkung beim Durchgang durch ein Magnetfeld von bekannter Stärke. Ein auf diesem Prinzip beruhendes Verfahren von Lilienfeld, welcher die Geschwindigkeitsverteilung der an der Antikathode einer technischen Röntgenröhre reflektierten Kathodenstrahlen als Maß für die Härteverteilung der erzeugten Röntgenstrahlen benutzt, hat jedoch keine praktische Verwendung gefunden.

2. Bei der Beurteilung der Verwendbarkeit der Spannungsmessung zur Härtebestimmung erhebt sich zunächst die Frage, ob ein gewisser Spannungswert unabhängig von den besonderen Betriebsbedingungen immer ein und demselben Röntgenspektrum entspricht?

Am übersichtlichsten liegen die Verhältnisse bei einem Betrieb mit kontinuierlichem Gleichstrom: Bei konstanter Spannung und konstantem Strom ist die spektrale Zusammensetzung der Strahlung in jedem Zeitintervall genau dieselbe; sie bleibt konstant auch bei Änderungen des Vakuums und der Stromstärke, sofern nur die Spannung immer gleich groß gehalten wird (Kröncke[1]). Jedem Spannungswert ist daher ein ganz bestimmtes Strahlungsspektrum in eindeutiger Weise zugeordnet. Im Falle einer Vergleichung zweier Röhren brauchen jedoch die Spektren unter gleichen elektrischen Bedingungen nicht identisch zu sein, da das Impulsspektrum teilweise überlagert ist von der für das betreffende Antikathodenmaterial charakteristischen Eigenstrahlung; außerdem kann durch den Absorptionsverlust in dem verschieden dicken Glas der Röhrenwandungen eine wesentliche Veränderung der in den Außenraum gelangenden Strahlung bewirkt werden. Wie Kröncke weiter gezeigt hat, wird auch bei Anlegen einer konstanten Spannung immer eine inhomogene Strahlung erzeugt. Nach den Untersuchungen von Duane und Hunt[2]) bestimmt sich die zur Erregung der Wellenlänge λ des Impulsspektrums erforderliche Mindestspannung V aus der Gleichung

$$\frac{hc}{\lambda} = eV, \quad (18)$$

c Lichtgeschwindigkeit, h Planck'sche Konstante, e Elementarquantum. Eine Messung der Span-

1) Phil. Mag. **18**, 126, 1909; **22**, 454, 1911. Vgl. hierzu: diese Zeitschr. **17**, 488, 1916.
2) Phil. Mag. **22**, 396, 1911.

1) l. c.
2) l. c.

nung einer mit kontinuierlichem Gleichstrom[1]) gespeisten Röhre liefert somit die kürzeste Wellenlänge der Strahlung.

Eine Spannungsmessung bei intermittierendem Gleichstrombetrieb kann dagegen stets nur Mittelwerte der Spannung liefern. Da der Spannungsverlauf und die dadurch bedingte zeitliche Veränderung[2]) der spektralen Zusammensetzung der Strahlung während eines Entladungsstoßes, selbst bei gleicher Betriebsweise, sehr erheblich vom Vakuum der Röhre abhängt, so können bei ein und demselben Mittelwert der Spannung trotzdem verschiedene Röntgenspektren auftreten. Noch viel mehr ist dies der Fall bei einer Änderung der Betriebsweise. Wenngleich somit bei intermittierender Gleichspannung auch bei konstanter Betriebsweise die Zuordnung zwischen Mittelwert der Spannung und Röntgenspektrum keine eindeutige ist, so liefert doch die Spannungsmessung in diesem Falle ein praktisch brauchbares Maß der „mittleren Härte“[3]), insofern einer Zunahme der Spannung eine Abnahme des mittleren Absorptionskoeffizienten bzw. eine Erhöhung der Halbwertschichtentspricht (Voltz[4])). Geht man zu einer anderen Betriebsweise mit wesentlich verschiedenem Spannungsverlauf über, so wird der Proportionalitätsfaktor zwischen Mittelwert der Spannung und mittlerer Härte, wie sie z. B. direkt als Halbwertschicht im Aluminium bestimmt werden kann, einen anderen Wert annehmen, so daß Gleichheit der Spannung bei zwei Instrumentarien nicht ohne weiteres gleiche mittlere Härte der erzeugten Strahlungen bedeutet.

Enthält der Sekundärstromkreis Ventilröhren zur Unterdrückung des Schließungsstroms, so unterscheidet sich die an der Röhre liegende Spannung von dem mit den üblichen Methoden (Qualimeter, Sklerometer) gemessenen Spannungswert um den Spannungsabfall in der Ventilröhre, dessen Größe durch deren Vakuum bedingt ist und infolgedessen zeitliche Veränderungen aufweist. Die Beziehung zwischen Spannung und mittlerer Härte ist daher eine andere als bei einem von Ventilröhren freien Betrieb.

Für die Ermittlung der Spannung werden in der Praxis hauptsächlich folgende drei Methoden benutzt: a) Messung der Parallelfunkenstrecke, b) Qualimeter nach Bauer, c) Sklerometer nach Klingelfuß. Bei reinem Gleichstrombetrieb erfolgt die Spannungsmessung mit Hochspannungsvoltmeter und vorgeschaltetem Kondensator.

a) Die Größe der Parallelfunkenstrecke hängt unter gleichen elektrischen Verhältnissen von der Form der Elektroden und der Ionisation der Luft ab. Es ist daher nicht bloß gegen die direkte Einwirkung der Röntgenstrahlen, sondern auch gegen eine Diffusion der an anderen Stellen des Raumes erzeugten Ionen Vorkehrung zu treffen. Die Messung der Parallelfunkenstrecke liefert einen Anhalt über die Größe der Zündspannung der Röhre, sofern etwaige Schließungsströme völlig unterdrückt werden. Da auch bei gleicher Betriebsweise der Unterschied zwischen Zündspannung und zeitlichem Mittelwert der Spannung eine Funktion des Vakuums und der Belastung ist, so kann eine allgemein gültige zahlenmäßige Beziehung zwischen mittlerer Härte (Halbwertschicht) und Größe der Parallelfunkenstrecke nicht aufgestellt werden. Eine Verwendung der Parallelfunkenstrecke als Maß der Härte bei verschiedenartiger Betriebsweise führt zu ganz unbrauchbaren Resultaten (Ludewig[1]).

b) Das Bauersche Qualimeter[2]) (einpoliges Elektrometer) mißt die Spannung der Kathode der Röhre gegen Erde. Das Instrument ist sehr empfindlich gegen elektrische Schwingungen des Sekundärkreises (Klingelfuß[3])); auch die Kapazität der nach der Röhre führenden Leitungen ist von Einfluß auf die Ausschläge. Nach den Untersuchungen von Walter[4]) sind die Angaben des Instruments nur bei gleicher Betriebsweise als relatives Maß der mittleren Härte zu verwerten. Das Qualimeter wird daher in der Praxis hauptsächlich nur noch dazu verwandt, um die Härtekonstanz einer und derselben Röhre während des Betriebes zu prüfen. Nach eigenen Versuchen des Verfassers[5]) versagt jedoch das Instrument auch in dieser Hinsicht völlig, sobald sehr harte Röhren benutzt werden.

c) Das von Klingelfuß[3]) konstruierte Skle-

1) Zur Zündung einer kalten Röhre ist eine um etwa 50 Proz. größere Spannung erforderlich (Kröncke).

2) Direkte Aufnahmen der Spannungskurven sind bisher nur bei sinusförmigem, intermittierendem Gleichstrom gemacht worden (Wehnelt, Ann. d. Phys. **47**, 1112, 1915): Zu Beginn des Induktionsstoßes erreicht die Spannung in den Röhren ein Maximum, um dann je nach dem Vakuum dauernd abzufallen (weiche Röhren) oder in einem zweiten und dritten Anstieg das anfängliche Maximum wieder zu erreichen (sehr harte Röhren). Es ist demnach bei weichen Röhren die zu Beginn des Induktionstoßes emittierte Strahlung härter als die während seines weiteren Verlaufs ausgesandte Strahlung. (Experimentellen Beweis hierfür bei Dessauer, diese Zeitschr. **14**, 246, 1913.) Im Gegensatz zum kontinuierlichen Gleichstrombetrieb hat also hier das Röntgenspektrum in jedem Zeitintervall des Entladungsstoßes eine verschiedene Form.

3) Vgl. die Bemerkung auf S. 332, daß Gleichheit der mittleren Härte keineswegs Identität der spektralen Zusammensetzung bedeutet.

4) Diss. Tübingen 1916.

1) Diese Zeitschr. **16**, 438, 1915.
2) Verh. d. D. Röntgenges. **7**, 137.
3) Strahlentherapie **3**, 772.
4) Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. **17**, 211.
5) Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. **24**, Heft 6, 1917.

rometer (eine um die Mitte des Induktoriums gelegte Hilfsspule, deren Enden mit einem Hitzdrahtvoltmeter verbunden sind) scheint von diesen Fehlern frei zu sein. Dagegen besitzt es den Nachteil, daß es nur bei Induktorbetrieb benutzt werden kann und daß es für jedes Instrumentarium einer besonderen Eichung bedarf. Außerdem sind seine Angaben von der Unterbrechungszahl abhängig, ein Umstand, der die Verwendung des Sklerometers bei den elektrolytischen Unterbrechern mit ihrer von der Belastung abhängigen Frequenz unmöglich machen dürfte. Aus dem Verhältnis der Windungszahlen von Induktorium und Hilfsspule berechnet sich aus den Angaben des Voltmeters die an den Induktorpolen herrschende Spannung. Mit Rücksicht auf die praktische Verwendung des Instrumentes als Härtemesser ist die Skala auch in Benoistgrade eingeteilt. Die Ausführungen in Kapitel III 2. Gruppe, 3 lassen jedoch eine Eichung in Halbwertschichten zweckmäßiger erscheinen.

Eine für alle Betriebsweisen vorhandene Übereinstimmung der Resultate dieser drei Methoden kann nicht erwartet werden, da die für die einzelnen Betriebsweisen verschieden geartete Zeitfunktion der Spannung die Größe des Proportionalitätsfaktors zwischen Zündspannung, linearem und quadratischem Mittelwert der Spannung bestimmt, und da die Angaben der verschiedenen Methoden nicht der gleichen dieser drei Spannungsgrößen entsprechen.

3. Eine indirekte Methode zur Untersuchung der Zusammensetzung eines Strahlengemisches liefert die Aufnahme der Sekundärstromkurven mit der Glimmlichtröhre z. B. in der Anordnung von Janus und Voltz[1]) (rotierende Glimmlichtröhre). Erfahrungsgemäß ist die erzeugte Strahlung umso ärmer an weichen Komponenten, je höher und steiler die einzelnen Kurvenmaxima sind (Rosenthal[2])). Die übliche Anschauung, die Stromkurve mit der Spannungskurve zu identifizieren und als ein Bild der Geschwindigkeitsverteilung der Kathodenstrahlen zu betrachten, entbehrt jedoch der sicheren experimentellen Grundlage, da die dynamische Charakteristik einer Röntgenröhre bisher noch nicht direkt experimentell ermittelt werden konnte.

IV. Dosimetrie.

Die Dosimetrie ist dasjenige Kapitel der Strahlenmessung, welches einerseits die größte praktische Bedeutung besitzt, andererseits aber am meisten der physikalischen Exaktheit entbehrt. Daher wird im folgenden ein kurzer Überblick über die Grundlagen der einzelnen dosimetrischen Verfahren gegeben werden.

Unter der Voraussetzung[1]) einer vom Härtegrad unabhängigen Proportionalität zwischen absorbierter Energie und biologischer Wirkung der Strahlen, kann man mit Hilfe einer physikalisch definierten Größe, „Dosis" genannt, den biologischen Effekt einer Strahlung im voraus beurteilen: Dosis heißt die in einem Volumelement dV des Körpers absorbierte Strahlungsenergie dE, bezogen auf die Volumeinheit, also

$$D = -\frac{dE}{dV}. \qquad (19)$$

Bei einer sehr dünnen Gewebsschicht und bei homogenen Strahlen (Absorptionskoeffizient μ) ist somit

$$D = \mu \cdot J \cdot t \qquad (20)$$

J auffallende Intensität, t Dauer der Bestrahlung. Bei Strahlengemischen lautet die entsprechende Gleichung:

$$D = (J_1\mu_1 + J_2\mu_2 + \ldots + J_n\mu_n) \cdot t. \qquad (21)$$

1. Direkte dosimetrische Verfahren.

Zur Bestimmung der Dosis D ist nach Gleichung 19 eine genaue Kenntnis der Zusammensetzung der Strahlen erforderlich, wie sie nur durch wiederholte Intensitäts- und Härtebestimmungen (vgl. Kapitel III, 2. und 3. Gruppe) gewonnen werden kann. An Stelle dieses sehr umständlichen Weges kann die Dosis durch eine einzige Messung ermittelt werden, sobald ein Stoff aufgefunden ist, dessen Absorptionskoeffizienten gegenüber den Strahlen verschiedener Wellenlänge in einem konstanten Verhältnis zu den entsprechenden des Gewebes stehen, so daß die Beziehungen

$$\frac{\mu_1'}{\mu_1} = \frac{\mu_2'}{\mu_2} = \ldots = \frac{\mu_n'}{\mu_n} = \text{const} \qquad (22)$$

gelten. Die in einer dünnen Schicht dieses Stoffes absorbierte Energie (pro Volumeinheit) ist dann

$$D' = (J_1\mu_1' + J_2\mu_2' + J_n\mu_n') \cdot t. \qquad (23)$$

Aus Gleichung 21 und 22 folgt

$$D' = \text{const} \cdot D, \qquad (24)$$

wobei const. eine von der Zusammensetzung der Strahlen unabhängige Konstante ist. Eine Bestimmung des Absorptionsverlustes einer Strahlung in einer dünnen (bei allen Messungen gleich dicken) Schicht dieses Stoffes liefert somit ein von Intensität und Härte unabhängiges Maß für die Dosis im Gewebe. Der einfachste Weg zur Realisierung dieser Methode ist die Messung der Ionisation in einem Luftvolumen von geringer Dicke (etwa 1 cm). Da Wasser und Gewebe gleiches Absorptionsvermögen besitzen,

1) Diese Zeitschr. **16**, 133 u. 213, 1915.
2) Verh. d. Röntgen-Ges. **4**, 67, 1908.

1) Der experimentelle Beweis für die Richtigkeit dieser von manchen Biologen bestrittenen Annahme wurde noch nicht erbracht.

und da Luft und Wasser aus nahezu gleichen Atomen sich aufbauen, so darf für Gewebe und Luft die Gleichung 22 als erfüllt gelten. Eine weitere Voraussetzung ist die Gültigkeit des früher besprochenen Satzes, daß die erzeugte Ionenzahl unabhängig vom Härtegrad stets der absorbierten Strahlungsenergie proportional ist. Der Rückgang eines geladenen Elektroskopes während der Bestrahlungszeit t ist dann ein direktes Maß der Dosis D, sofern das Endpotential des Elektroskops zur Aufrechterhaltung des Sättigungsstadiums ausreicht.

Die zurzeit am meisten benützten dosimetrischen Verfahren, Schwärzung des Bromsilberpapiers (Kienböck[1]), Braunfärbung einer Bariumplatinzyanürtablette (Sabouraud-Noiré), Trübung einer Quecksilbersalzlösung (Schwarz[2]) leiden alle an dem Fehler, daß die betreffenden Substanzen der Gleichung 22 nicht genügen. Die Differenzen zwischen der in der Dosimetersubstanz absorbierten Strahlungsenergie und der gesuchten Hautdosis sind verschieden groß, je nach der spektralen Zusammensetzung der benützten Strahlung; sie erreichen ein Maximum beim Vorherrschen solcher Wellenlängen, welche in der Dosimetersubstanz in selektiver Weise absorbiert werden, wobei noch außerdem die erregte Eigenstrahlung[3]) der Substanz zu einer Erhöhung des beobachteten Effektes Anlaß gibt. Infolgedessen ist es ein vergebliches Bemühen, allgemeingültige Vergleichstabellen zwischen den Angaben der verschiedenen Dosimeter aufstellen zu wollen.

Die Eichung der Dosimeter erfolgt in empirischer Weise, indem ein für allemal einem bestimmten biologischen Effekt einer Strahlung eine bestimmte Veränderung des Dosimeters zugeordnet wird, welche z. B. bei Kienböck in Form einer Normalschwärzung festgelegt wird. Zur Ablesung von Zwischenwerten der Dosis sind empirische Vergleichsskalen (z. B. Schwärzungsskala von Kienböck) aufgestellt worden. Bei Verwendung eines Strahlengemisches, das anders zusammengesetzt ist wie die zur Eichung benutzte Strahlung, entspricht der gleichen Dosimeterangabe nicht mehr der gleiche biologische Effekt. Die Unterschiede betragen z. B. beim Kienböckschen Dosimeter bis zu 300 Proz. (bei filtrierter Strahlung).

In zweiter Linie kommen folgende Fehlerquellen in Betracht: Zeitliche Inkonstanz der Empfindlichkeit der Dosimetersubstanz, subjektive Schwankungen bei der Ablesung; ferner beim Kienböck-Verfahren: Einhaltung einer bestimmten Entwicklungsweise; beim Sabouraud-Noiré-Verfahren: Einfluß der Beschaffenheit der Lichtquelle auf das Resultat der Ablesung an der Skala, da die bestrahlte Pastille im Gegensatz zu der Normalfarbe Fluoreszenzlicht aussendet.

1) Fortschr. a. d. Geb. der Röntgenstr. 9, 246.
2) Fortschr. a. d. Geb. der Röntgenstr. 11, 114.
3) Durch die vorgeschriebene Hinterlegung der Sabouraud-Noiré-Tablette mit Bleiblech „zwecks Vermeidung von Sekundärstrahlung" wird gerade das Gegenteil erreicht.

2. Indirekte dosimetrische Verfahren.

Mit Ausnahme der Köhlerschen Thermometerröhre[1]) (Bestimmung der Wärmewirkung der sekundären und der an der Antikathode reflektierten Kathodenstrahlen) beruhen die indirekten dosimetrischen Methoden auf elektrischen Messungen am Röhrenstromkreis. Bei Gleichstrombetrieb kann nach Kröncke[2]) die Dosis auf Grund der Gleichung 11 ermittelt werden. Für den Induktorbetrieb empfiehlt Klingelfuß[3]) als Maß der Dosis das Produkt $i \cdot V \cdot t$, wobei die Spannung V mit seinem Sklerometer ermittelt wird (i Sekundärstromstärke, t Bestrahlungszeit). Die Tatsache, daß die photographische Schwärzung proportional $i \cdot V \cdot t$ erfolgt, sieht er als Beweis dafür an, daß jenes Produkt der Dosis proportional ist. Die Richtigkeit dieser Schlußfolgerung wird jedoch durch eine Betrachtung über die Verschiedenartigkeit der Absorptionsgesetze für Wasser und Silber sehr in Frage gestellt. Es ist überhaupt zu bezweifeln, ob die Angabe der mittleren Spannung ausreicht, um den Einfluß einer veränderten spektralen Zusammensetzung der Strahlen auf die Größe der Dosis hinreichend zum Ausdruck zu bringen. Jedenfalls ist es unmöglich, bei verschiedenartiger Betriebsweise die durch Bestimmung von Strom und mittlerer Spannung erhaltenen Werte der Dosis miteinander zu vergleichen. Eine einfache und einwandfreie Methode der Dosierung besteht darin, daß empirisch die Zeit ermittelt wird, die erforderlich ist, um mit einer Röhre in einem bestimmten Betriebszustand einen bestimmten biologischen Effekt hervorzurufen und daß dann mit Hilfe von Strom- und Spannungsmessungen jedesmal der gleiche Betriebszustand reproduziert wird. Die Dosis ist dann direkt der Bestrahlungszeit proportional.

Ein gemeinsamer Nachteil aller indirekten dosimetrischen Methoden ist der, daß Absorptionsverluste auf dem Wege zwischen Antikathode und bestrahltem Körper (Absorption in der Glaswand und in eingeschalteten Filtern) durch die Messung nicht erfaßt werden können.

1) Fortschr. a. d. Geb. der Röntgenstr. 11, 1.
2) l. c. J in Gl. 11 stellt genau genommen nicht die Intensität, sondern die Ionisationswirkung dar (vgl. S. 29, Einwand von Christen); daher ist J nach den Ausführungen auf S. 46 direkt gleich der Dosis.
3) l. c.

(Eingegangen 14. Mai 1917.)

BESPRECHUNGEN.

A. Schau, Statik mit Einschluß der Festigkeitslehre. (Aus Natur und Geisteswelt, Bd. 497.) kl. 8°. 144 S. m. 149 Abbildungen. Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner. 1915. M. 1.20, geb. M. 1.50.

Das Buch bringt eine gedrängte Zusammenstellung der Rechnungsmethoden, welche sich in der Ingenieurpraxis ausgebildet und bewährt haben.

Der erste Abschnitt behandelt statische Probleme. Eine Erörterung über die Prinzipien der Statik ist vermieden. Als Kraftbegriff werden allgemein die Ursachen von Änderungen in Form und Bewegung eines Gegenstandes eingeführt, ohne daß diesem Kraftbegriff, welcher gerade dem Anfänger häufig die größten Schwierigkeiten macht, eine schärfere Abgrenzung gegeben wird. Im Gegenteil wird zur Erläuterung der Zusammensetzung von Kräften, welche an einem gemeinsamen Angriffspunkte wirken, die bekannte Erscheinung der Stromversetzung von Schiffen benützt, obwohl es sich hier kaum um die Zusammensetzung von Kräften handelt. — Die folgenden Kapitel zeigen die gebräuchlichsten Rechnungsmethoden, welche trotz ihrer Einfachheit und trotz Vernachlässigung mancher Nebenerscheinungen in den meisten Fällen zur Ermittelung der richtigen Abmessung von Bauwerken führen.

Der zweite Abschnitt, welcher die Festigkeitslehre behandelt, ist ebenfalls hauptsächlich auf die Bedürfnisse des Bauingenieurs zugeschnitten. Es wird gezeigt, wie einfache Rechnungen im Verein mit erfahrungsmäßig bestimmten Werten der Materialbeanspruchung brauchbare Konstruktionen liefern. Es wäre vielleicht darauf hinzuweisen, daß man derartigen Rechnungen nicht allzuviel Vertrauen entgegenbringen sollte. Es finden sich bei den meisten Bauwerken oder Maschinen Stellen, welche anfänglich stärker, als der Rechnung entspricht, beansprucht werden, weil man im allgemeinen auf plötzliche Querschnittsänderungen der beanspruchten Stücke, auf den örtlichen Einfluß der Auflagereaktionen und auf Montagefehler im Verein mit dem Nachgeben des Baugrundes keine Rücksicht nehmen kann. Im allgemeinen und insbesondere bei den meisten Baukonstruktionen ist dies unbedenklich, weil alle hochbeanspruchten Baustoffe eine erhebliche Zähigkeit aufweisen, so daß bei Eintritt der Belastung das Material an den zu hoch beanspruchten Stellen nachgibt und bleibende Formänderungen erfährt, ohne im übrigen Schaden zu nehmen. Es können sich damit gewissermaßen selbsttätig die Materialbeanspruchungen von einzelnen zu hoch beanspruchten Stellen auf andere weniger stark in Mitleidenschaft gezogene verschieben. Daher führen die einfachen in dem Büchlein erklärten Festigkeitsrechnungen bei ruhenden Konstruktionen zu einwandfrei richtigen Abmessungen. Wenn man dagegen mit der Festigkeitsberechnung schnell laufender Maschinenteile, welche fortgesetzt wechselnden Beanspruchungen unterworfen sind, zu tun hat, muß man größere Vorsicht bei der Berechnung walten lassen. Bei dem häufigen Wechsel der Beanspruchung sind auch an scheinbar nebensächlichen Punkten der Konstruktion bleibende Formänderungen möglichst zu vermeiden, weil sie bei ihrer häufigen Wiederkehr eine allmähliche Zerstörung des Materialgefüges zur Folge haben und, wenn auch erst nach längerer Betriebszeit, zu Brüchen führen. Ein einfaches Beispiel möge dies erläutern. Man denke sich eine Kopfschraube, bei welcher der Kopf mit einer sehr kleinen Abrundung in den Schaft übergeht, so daß an der Übergangsstelle eine scharfe Hohlkehle entsteht. Spannt man diese Schraube in eine Festigkeitsmaschine ein und setzt sie einer axialen Zugbeanspruchung aus, so wird sie eine ihrem Schaftquerschnitt entsprechende Zugfestigkeit aufweisen. Eine mit der üblichen, reichlichen Ausrundung der zwischen Schaft und Kopf der Schraube liegenden Hohlkehle versehene Schraube weist in diesem Falle keine größere Zugfestigkeit auf. Dieses Verhalten erscheint auch bei der praktischen Verwendung der Schraube, wenn sie zur Verbindung ruhender Konstruktionen dient. Man braucht in diesen Fällen auf Nebenumstände, wie die geschilderte Konzentration der Materialbeanspruchung bei plötzlichen Querschnittsveränderungen keine Rücksicht zu nehmen. Ganz anders liegen die Verhältnisse, wenn dieselbe Schraube z. B. zur Befestigung der Lagerschalen einer Dampfmaschine dient, wo sie häufig wechselnden Beanspruchungen ausgesetzt ist. Es zeigt sich hier, daß die Schraube mit mangelhaft ausgerundeter Hohlkehle eine mit dem Krümmungsradius der Ausrundung stark abnehmende Festigkeit hat, während sich bei reichlicher Ausrundung und sanften Querschnittsübergängen sehr viel höhere Festigkeit der Schraube ergibt. In besonderen Fällen kann aber auch schon bei der erstmaligen Beanspruchung die mit scharfer Hohlkehle versehene Schraube eine überraschend kleine Festigkeit aufweisen, nämlich dann, wenn die Belastung in sehr kurzer Zeit aufgebracht wird. Verwendet man die betrachtete Schraube für Befestigung eines Dampfhammers oder eines Geschützunterbaues, so zerreißen Schrauben, welche ungenügende Abrundungen aufweisen, häufig bei der ersten Beanspruchung, selbst wenn man die Schraubenquerschnitte sehr reichlich bemißt. Die Elastizitätstheorie lehrt bekanntlich, daß bei schlecht ausgerundeten Querschnittsänderungen eine starke Konzentration der Materialspannungen eintritt. Bei häufig wechselnder Beanspruchung sowohl als auch bei einmaliger, sehr schnell auftretender können diese zusätzlichen Beanspruchungen nicht durch das Fließen des zähen Materials ausgeglichen werden, so daß die nur schwierig zu berechnenden zusätzlichen Beanspruchungen von ausschlaggebender Bedeutung sein können. Damit müssen in außerordentlich zahlreichen Fällen Brucherscheinungen an Maschinenteilen erklärt werden, welche nach den in dem vorliegenden Büchlein erklärten Berechnungsmethoden scheinbar nur geringen Beanspruchungen unterliegen. Ein Hinweis auf die Anwendungsgrenzen der einfachen Festigkeitsrechnungen scheint mir daher recht empfehlenswert.

H. Thoma.

Curt Schmidt, Das periodische System der chemischen Elemente. 8°. III, 143 S. mit 32 Abbildungen und Tabellen. Leipzig, Joh. Ambr. Barth. 1917. Preis geh. M. 6.—, geb. M. 7.50.

Das periodische System der chemischen Elemente ist durch die Forschungen der letzten Jahre wieder in den Vordergrund des Interesses gerückt. Das vorliegende Werk will seine Entstehungsgeschichte einem weitern Kreise zugänglich machen. Das Charakteristische der früheren Bemühungen, Gesetzmäßigkeiten in den Atomgewichtszahlen zu finden, tritt in der Darstellung gut hervor und die Entdeckungsgeschichte wird

mit Objektivität behandelt. Man hatte das periodische System eine Antwort genannt, für die uns die Frage fehlt. Dementsprechend zielten die Bemühungen um das periodische System weniger darauf ab, die innere Begründung für die gewonnenen Gesetzmäßigkeiten zu finden, als darauf, durch immer neue Anordnung und Gruppierung die bereits erkannten Gesetzmäßigkeiten deutlicher hervortreten zu lassen und womöglich neue zu finden. In der Hauptsache diente es pädagogischen und heuristischen Zwecken. Es gab die Systematik für den Vortrag der anorganischen Chemie und bildete den Wegweiser für die Auffindung neuer Elemente. Von Interesse ist es, neben die wohlbekannten eingetroffenen Prophezeiungen die nicht geringe Zahl der verunglückten zu halten: Brauners Austriacum, welches das im Tellür enthaltene schwerere Element sein sollte, dessen Anwesenheit die vermeintlich falsche Stellung gegenüber dem Jod veranlaßte, Ramsays und Rayleighs Anglium, Scotium und Hibernium, in die in Analogie zu den Metall-Triaden der achten Gruppe das dahin gehörige Argon sollte zerlegt werden können u. a. Völlig phantastisch muten die Gedanken an, mit denen Mendelejeff selbst gegen das Ende seines Lebens im Jahre 1903 hervortrat in einer Abhandlung: „Versuch einer chemischen Auffassung des Weltäthers", in der er seine letzten Gedanken über das periodische System niederlegte. Er glaubte da eine „realistische" Erklärung der Radioaktivität zu geben, die er in Gegensatz zu der „metachemischen" und „verschwommenen" Elektronentheorie stellte.

Die Darstellung führt bis in die neueste Zeit und behandelt die Radioelemente und die Isotopie sowie die Ordnungszahlen der Elemente und die Hochfrequenzspektren. Hier allerdings wäre etwas größere Ausführlichkeit wohl am Platze gewesen, ebenso wie bei der Besprechung der Atommodelle. Man kann so das Buch Lesern empfehlen, welchen die neueren Untersuchungen vertraut sind und die über die Entstehungsgeschichte sich unterrichten wollen, weniger aber solchen, welchen der chemische Teil vertraut ist und die eine zusammenfassende Übersicht über die neuesten Arbeiten suchen, welche das periodische System betreffen.

Bemerkt sei noch, daß die am Schlusse gegebene Tabelle nicht bis auf den im Text vertretenen Standpunkt geführt ist: Radium G, das auf den Seiten 59 und 63 besprochen wird, fehlt in der Tabelle.

A. Coehn.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Innsbruck Dr. Artur March für theoretische Physik.

Gewählt: Der ord. Professor der Physik und Elektrotechnik an der Universität Göttingen Geh. Regierungsrat Dr. Hermann Th. Simon für das Studienjahr 1917/18 zum Rektor dieser Universität.

Verliehen: Dem Privatdozenten für höhere Mathematik an der böhmischen Universität in Prag Dr. Gottlieb Bydzowski der Titel eines a. o. Universitätsprofessors, dem Privatdozenten für reine und angewandte Physik an der Universität Königsberg Dr. Gerhard Hoffmann und dem Privatdozenten für Mathematik an der Universität Bonn Dr. Oswald Müller der Titel Professor, dem ord. Professor der theoretischen Physik an der Universität München Dr. Arnold Sommerfeld der Titel Geh. Hofrat.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der praktischen Geometrie und höheren Geodäsie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Matthias Haid (unter gleichzeitiger Verleihung des Titels Geheimer Rat).

Gestorben: Der Professor für Physik und Elektrotechnik an den Technischen Staatslehranstalten in Chemnitz Oberregierungsrat Dr. Adolf F. Weinhold.

Angebote.

Wir suchen für unser elektrotechnisches Laboratorium einen

Physiker,

der sich womöglich bereits mit **magnetischen Messungen** beschäftigt hat.

In Betracht kommen auch Studenten, die vor dem Abschluß ihres Studiums stehen, sowie Kriegsbeschädigte. Angebote mit ausführlichem Lebenslauf und Zeugnisabschriften erbeten an

Siemens-Schuckert-Werke Ges. m. b. H.
Nürnberger Werk, Personal-Abteilung.

Mehrere Physiker

für unsere Abteilungen: **Physikalische Aufschlußarbeiten im Berg- und Schachtbau** und **Physikalische Werkstätten** auf sofort oder später gesucht. Kriegsbeschädigte oder militärfreie Herren bevorzugt. Herren, die auf dem Gebiet der elektrischen Schwingungen bereits gearbeitet haben, bzw. über fabrikatorische Neigungen verfügen, wollen einen kurzen Lebenslauf und Gehaltsansprüche richten an:

Erforschung des Erdinnern, G. m. b. H.
Göttingen.

Für unser wissenschaftliches Laboratorium suchen wir

mehrere Physiker

mit abgeschlossener Hochschulbildung. Bevorzugt werden Herren, welche Erfahrungen auf dem Röhrengebiet (Gasionisation, Elektronenemission) besitzen.

Stellungsgesuche mit Gehaltsforderung, Militärverhältnissen, frühestem Eintrittstermin und Lichtbild erbeten unter **S. H. 498** an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift (S. Hirzel), Leipzig, Königstraße 2.

Für die Schriftleitung verantwortlich Geh. Regierungsrat Prof. Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.